

Movimento de um Projétil

INTRODUÇÃO

Conforme proposto por Galileu, em *Diálogos sobre novas ciências*, o movimento de um projétil na superfície da Terra pode ser analisado, separadamente, na direção horizontal e na vertical. Desprezando-se as forças de atrito, sabe-se que um projétil se move com velocidade constante na horizontal e com aceleração constante na vertical. Isso resulta em uma trajetória parabólica.

Considere a trajetória de um objeto lançado na superfície da Terra com uma velocidade v_0 que faz um ângulo θ com a horizontal, como representada na Figura 1. Nessa mesma figura, também estão representados os eixos cartesianos com origem no ponto de lançamento. Nessa situação, as coordenadas x e y da posição do objeto, em função do tempo, são

$$x(t) = v_0 \cos \theta \cdot t \quad e \quad y(t) = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (1)$$

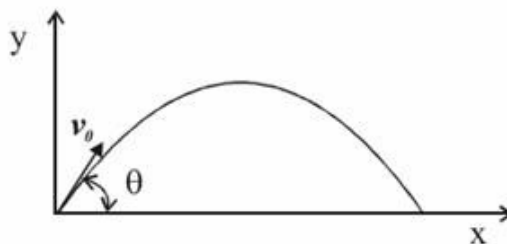


Figura 1 - Trajetória de um projétil lançado com velocidade v_0 em uma direção cujo ângulo com a horizontal é θ .



Demonstre que a trajetória do objeto é parabólica, ou seja, descrita por uma função $Y(x) = Ax^2 + Bx + C$. Especifique as constantes A , B e C em função de v_0 , θ e g .

PARTE EXPERIMENTAL

Objetivos

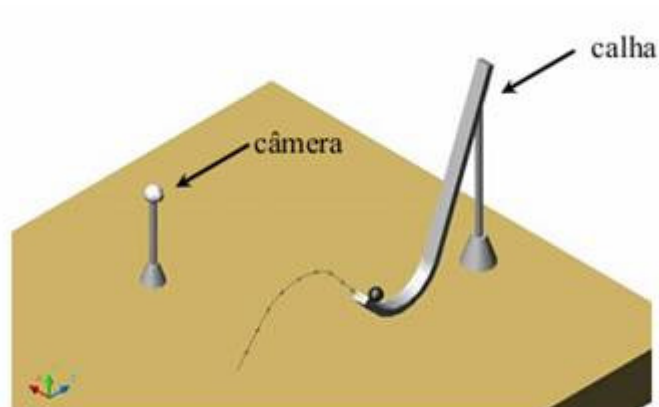
- Registrar e analisar a trajetória de um projétil.
- Determinar o ângulo de lançamento, a velocidade inicial e ponto de contato com o chão.

Material utilizado


- Canaleta para lançamento, anteparo, esfera de aço, trena, transferidor, webcam.

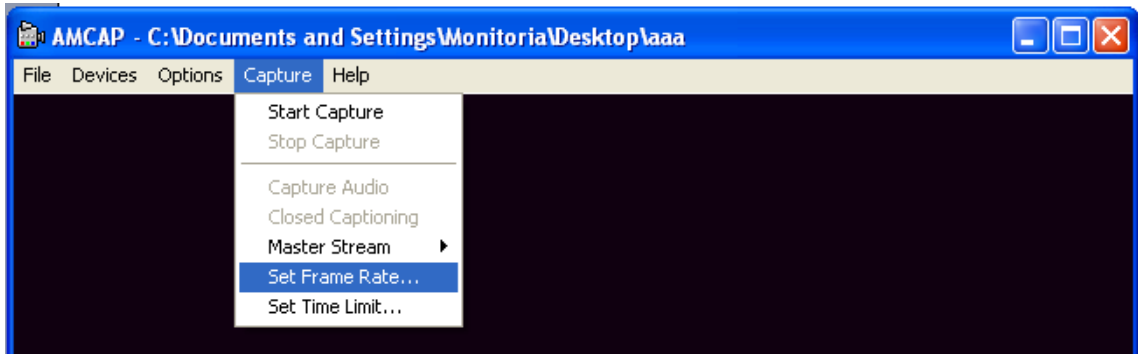
Procedimentos

- A figura abaixo mostra uma montagem para se obter a trajetória de um projétil. No caso, uma esfera, abandonada de certa altura em uma canaleta, é lançada para cima com uma velocidade v_0 fazendo um ângulo θ com a horizontal. A câmera irá registrar imagens da trajetória da esfera.

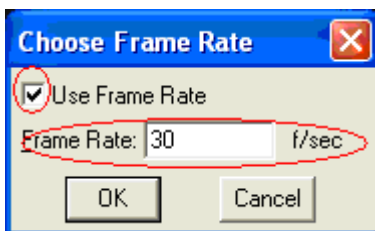


FILMAGEM DA TRAJETÓRIA - USO DO PROGRAMA AMCAP

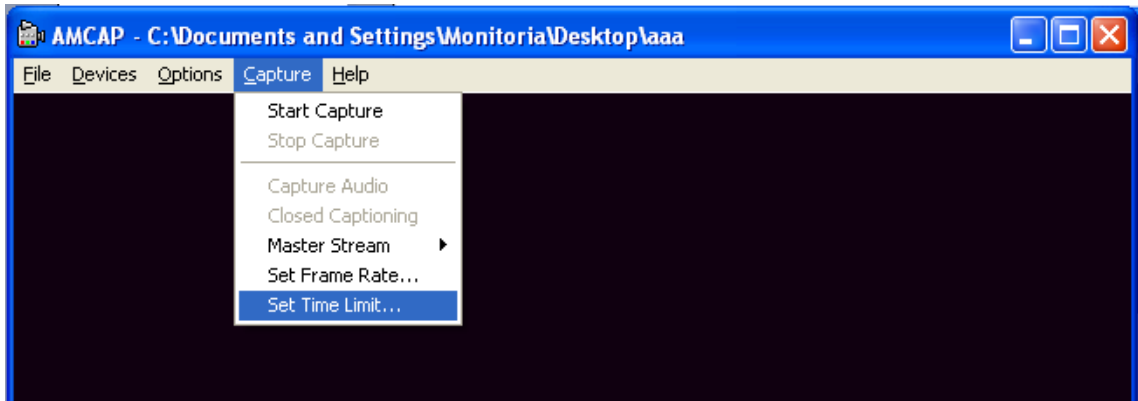
- Abra o programa de captura de imagem [AMCAP ].
- Para definir o número de quadros por segundo, clique em “**Capture > Set Frame Rate...**”.



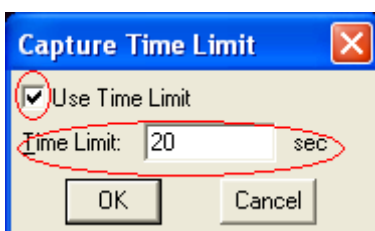
Marque a opção **Use Frame Rate** e ajuste para **30 f/sec**. Clique em “**OK**”.



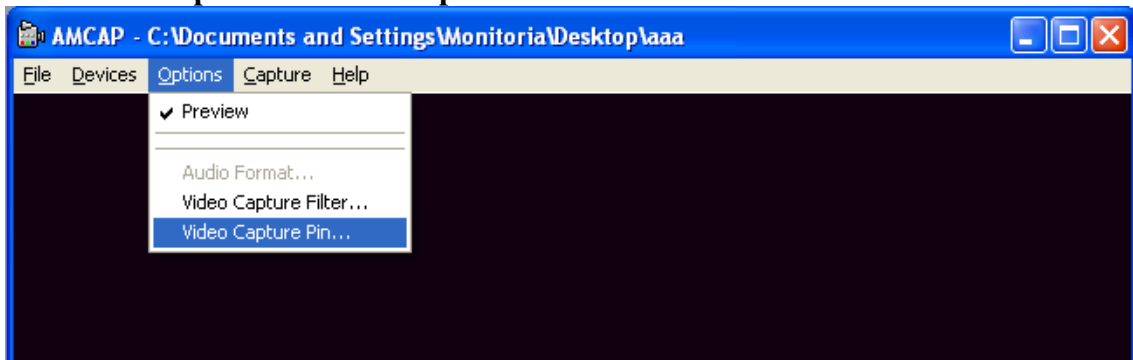
- Entre novamente no menu “**Capture**”, e, em seguida, na opção “**Set Time Limit...**”.



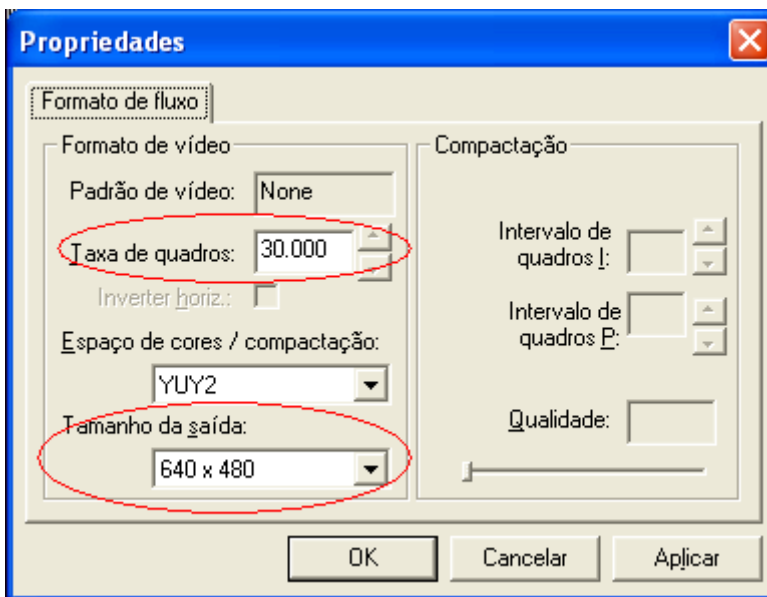
Marque a opção **Use Time Limit** e defina **20 sec**. Clique em “**OK**”.



- Entre em “Options > Vídeo Capture Pin”.

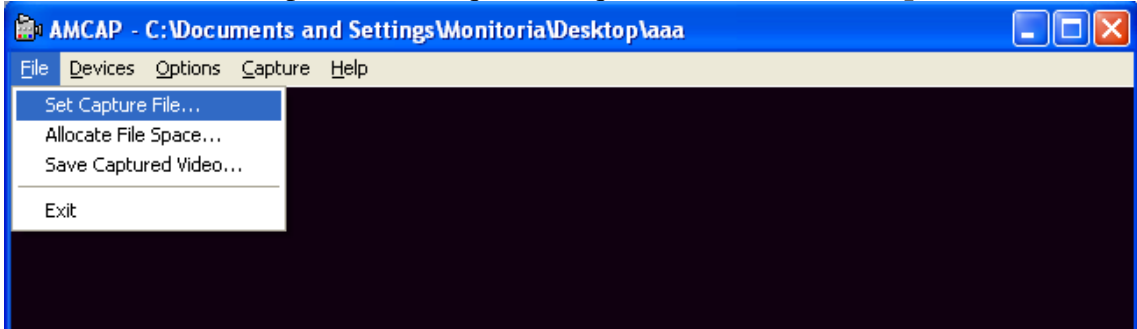


Verifique se a “Taxa de quadros” está definida em “30.000”. Se não estiver, ajuste-a. Em seguida, em “Tamanho da saída” escolha a opção “640x480”. Clique em “Aplicar” e, em seguida, em “OK”.

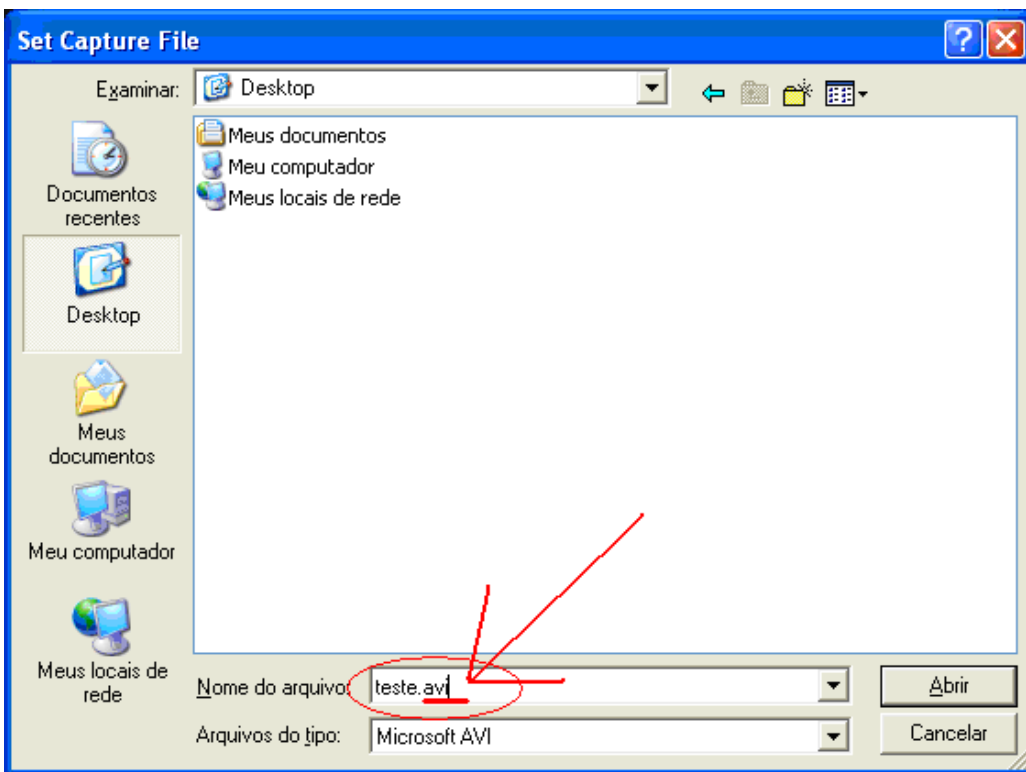


- Faça alguns lançamentos observando a imagem da trajetória da esfera. Ajuste a posição da câmera de forma a observar o **ponto de lançamento** (extremidade da calha) e o **final da trajetória da esfera**.

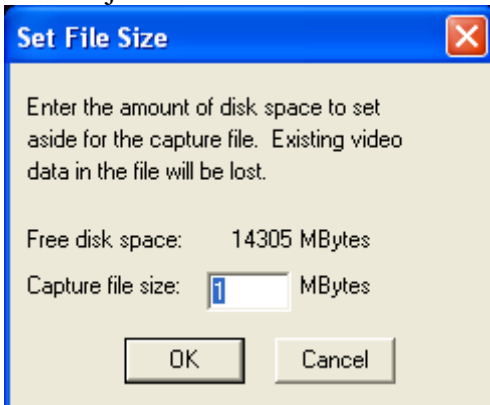
- Para dar um nome para o seu arquivo, clique em “File > Set Capture File”.



Selecione a **Área de Trabalho (Desktop)** como o local para salvar seu arquivo. Na seção “Nome do Arquivo”, escreva o nome escolhido para o arquivo, não se esquecendo de acrescentar a extensão “.avi”. Clique em “Abrir”.



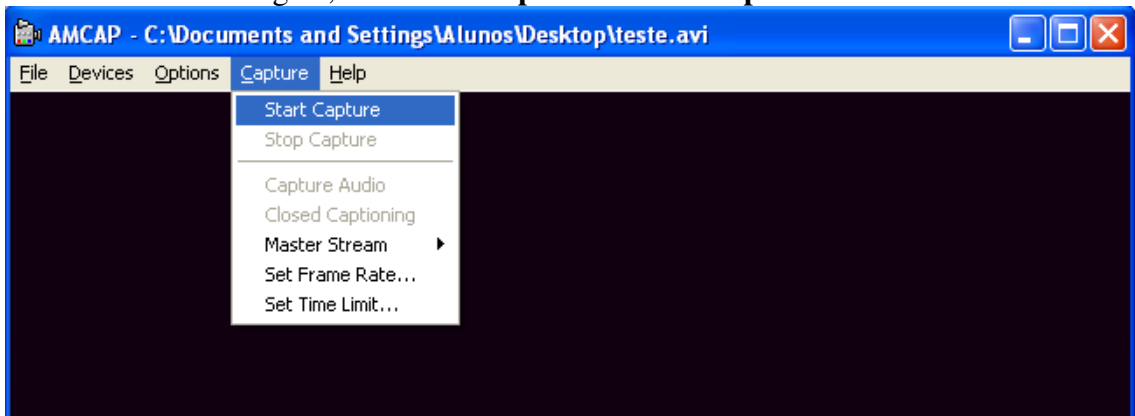
- Uma janela de título “Set File Size” se abrirá. Apenas clique em “OK”.



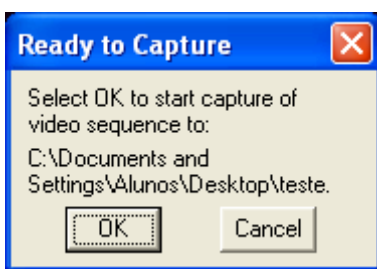
- Certifique-se de que a câmera está posicionada perpendicularmente ao plano da trajetória da esfera. Além disso, você usará a própria esfera com diâmetro conhecido (medindo com um paquímetro) para possibilitar a transformação das coordenadas de posição da esfera na tela (pixels) para centímetros. Para isso, após iniciar a gravação do vídeo (instruções a seguir) posicione a esfera no início da calha por um tempo e depois a solte da altura que você escolheu. Como exemplo veja o vídeo a seguir,

<video>

- Para iniciar a filmagem, entre em **“Capture > Start Capture”**.




Uma janela de título **“Ready to Capture”** se abrirá. Quando estiver pronto para iniciar, clique em **“OK”**. A filmagem durará 20 segundos e será finalizada pelo programa.

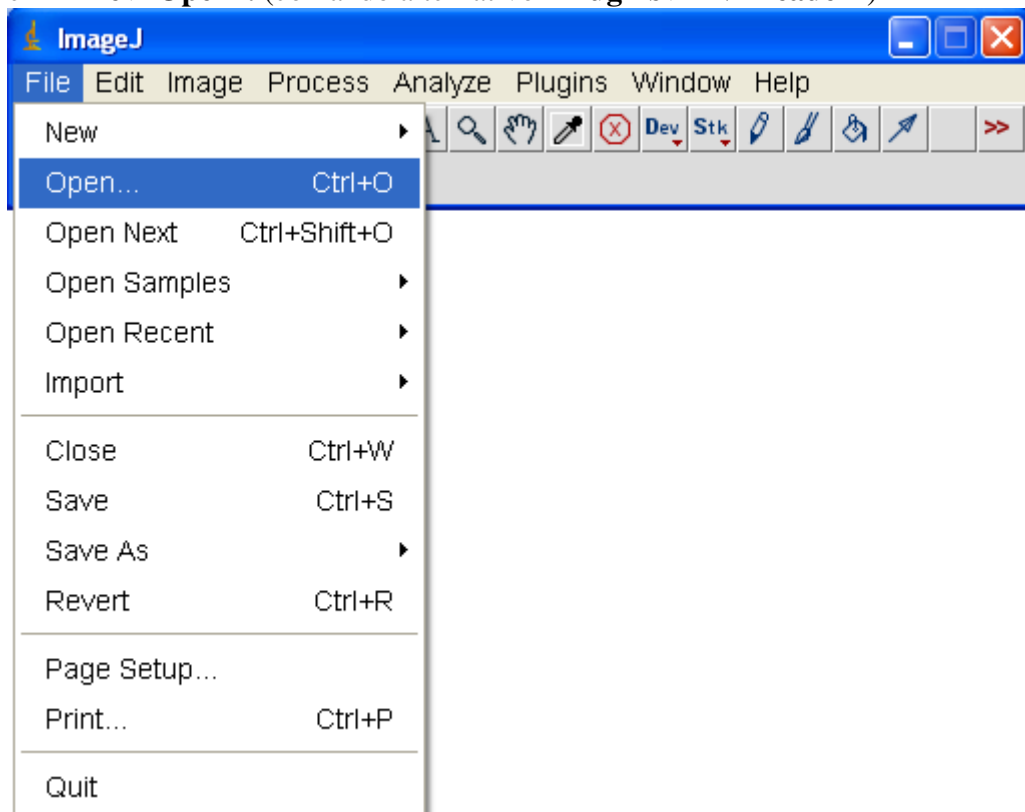


- Observe que sua filmagem está salva na área de trabalho.

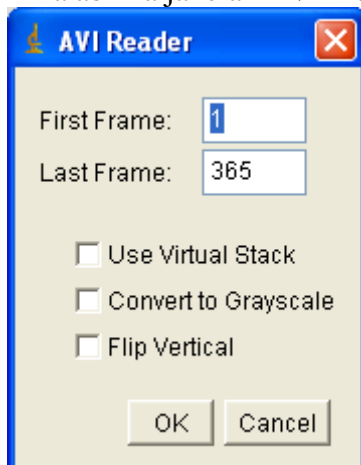
DIGITALIZAÇÃO DOS PONTOS DA TRAJETÓRIA – USO DO PROGRAMA IMAGEJ

Observações iniciais

- Com o programa de tratamento de imagem [IMAGEJ ] abra o vídeo indo em **“File > Open”**. (comando alternativo **“Plugins > Avi Reader”**)



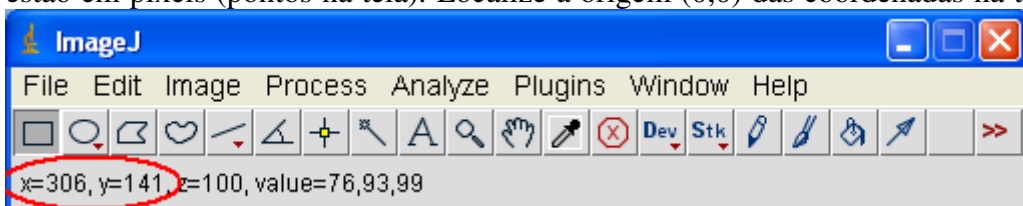
- Irá abrir a janela **“AVI Reader”**, apenas clique em **“OK”**.



- Usando a barra de rolagem na parte inferior da janela para ir mudando os quadros do vídeo, localize os quadros da filmagem onde foram registrados trechos da trajetória da esfera.

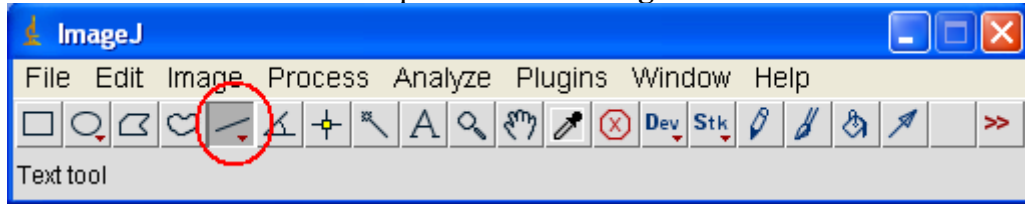


- Movimente o cursor sobre a imagem e observe no canto inferior esquerdo da janela do IMAGEJ as coordenadas (x,y) do ponto. Note que essas coordenadas estão em pixels (pontos na tela). Localize a origem (0,0) das coordenadas na tela.

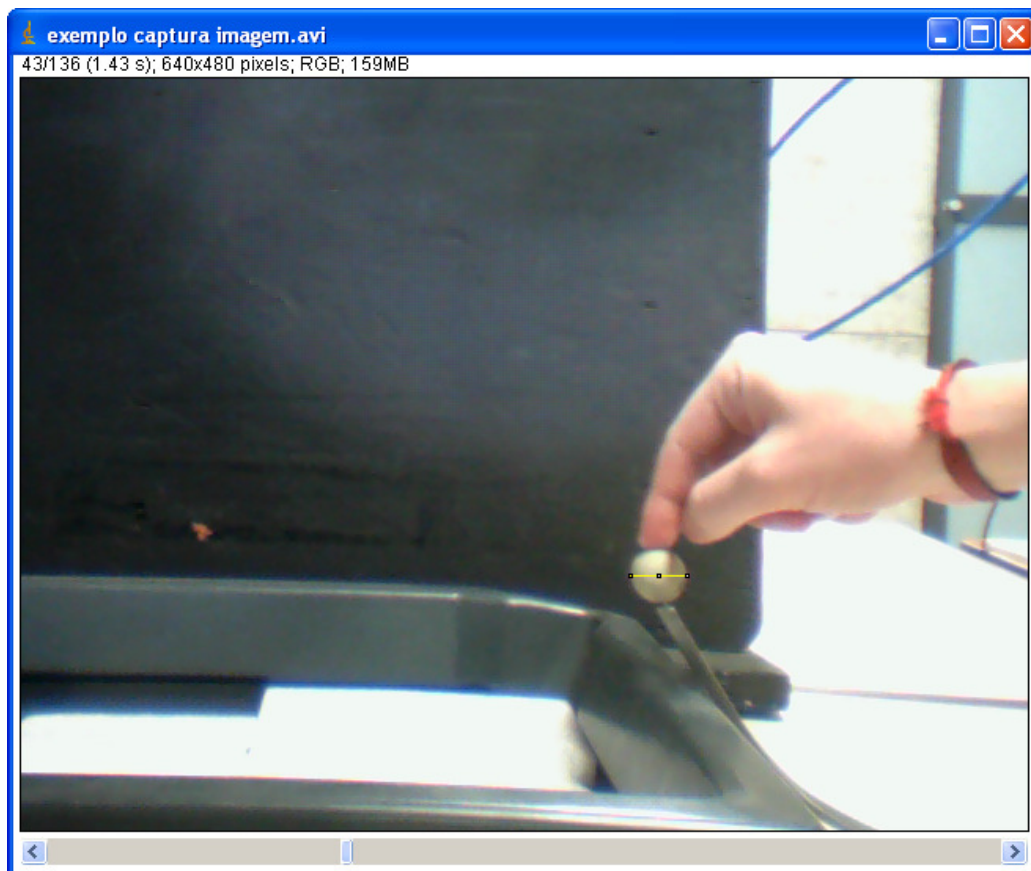


Transformação das coordenadas de PIXELS para CENTÍMETROS

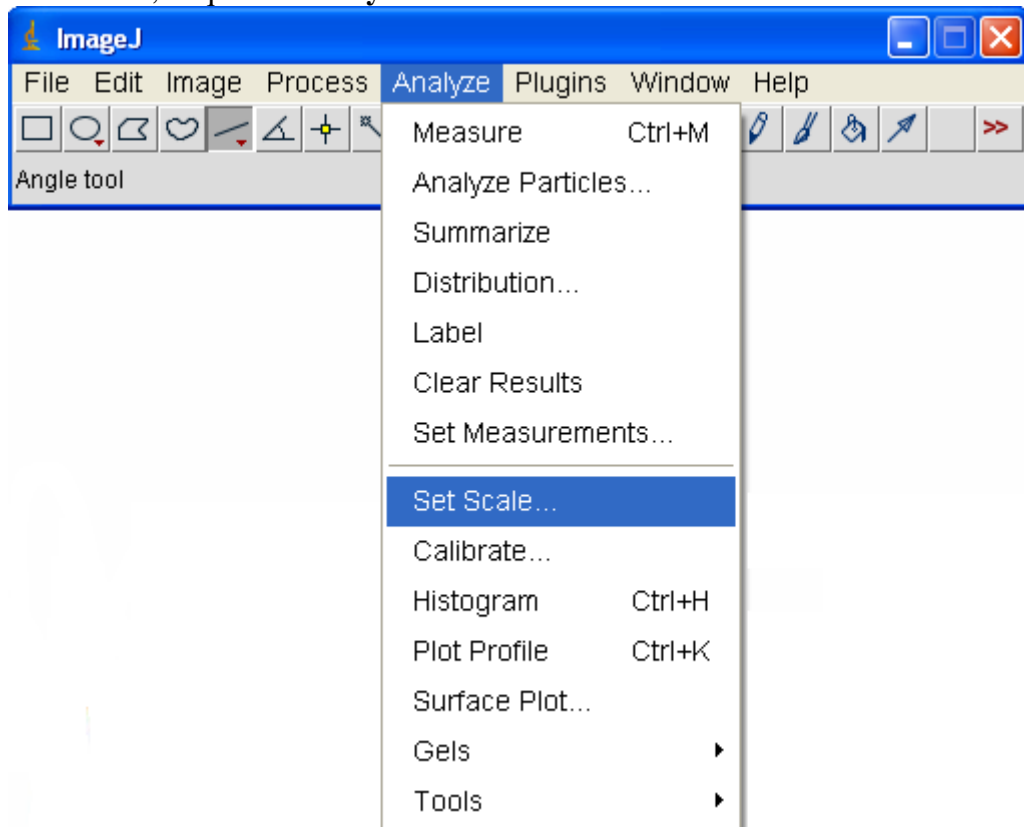
- Na linha das ferramentas clique em  “Straight Line”.



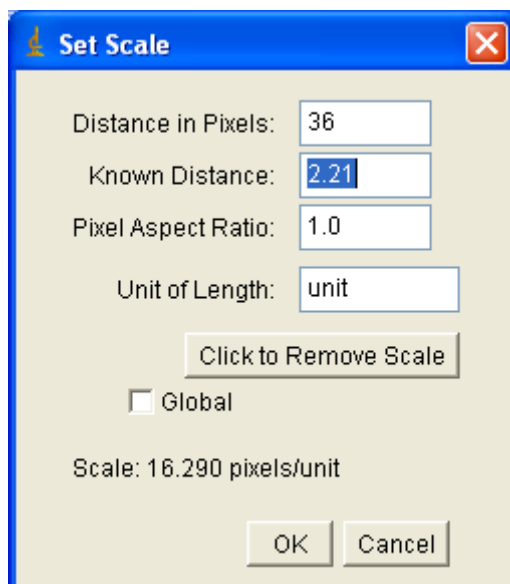
Trace uma reta sobre o diâmetro da esfera que você registrou no início do vídeo.



- No menu, clique em **Analyze** e escolha **Set Scale** .

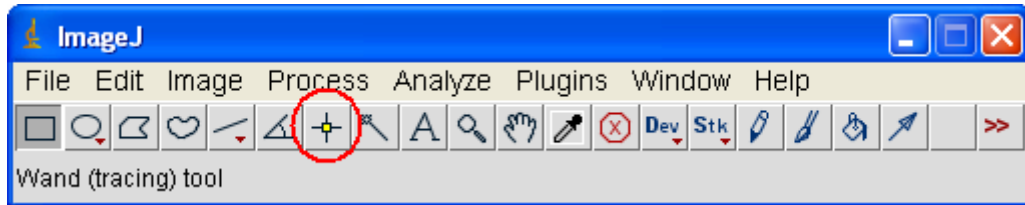


Na janela aberta escreva em frente a **“Known Distance”** o diâmetro **em centímetro** da esfera de referência. Marque OK. (A partir deste momento o programa informará as coordenadas dos pontos na tela em centímetros).



Obtenção das coordenadas da trajetória

- Na barra de ferramenta escolha  “Point selections”.

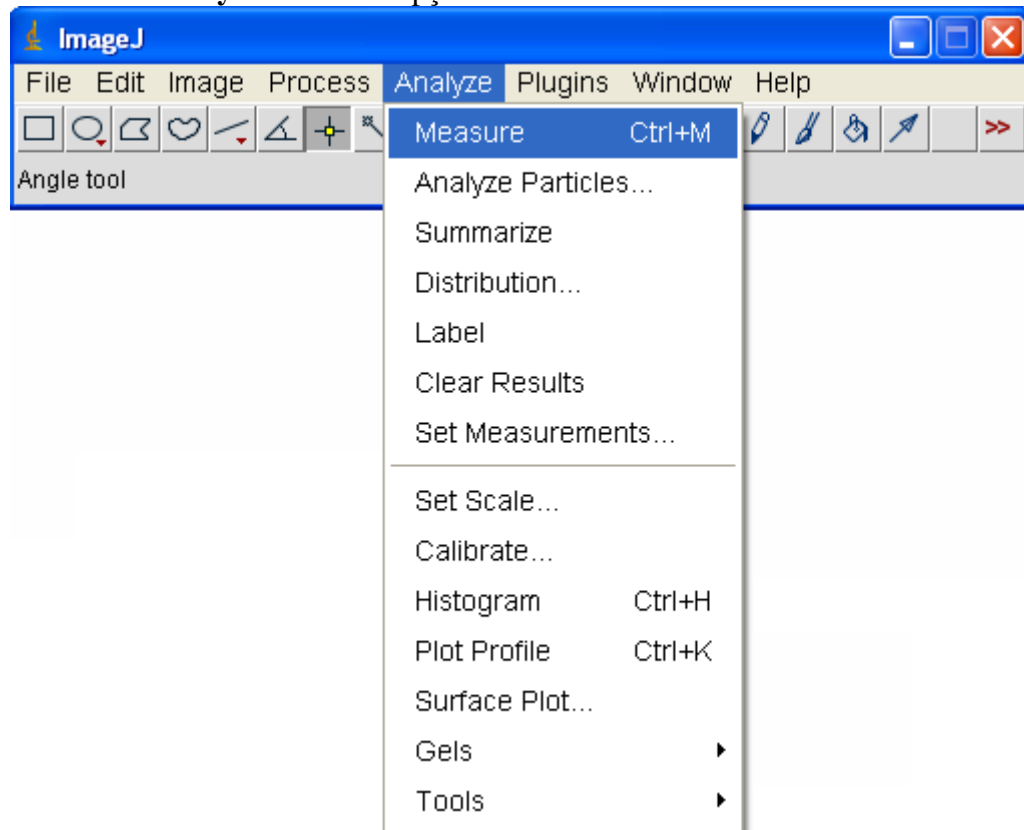


- Coloque na tela o 1º quadro com o registro da trajetória da esfera.
- Sobre a tela, marque o ponto na extremidade da canaleta que corresponde à posição de lançamento do projétil (procure usar sempre o centro da esfera como referência).
- **Mantendo a tecla SHIFT** apertada, marque alguns pontos sobre o registro da trajetória da esfera. (faça isso em todos os quadros da filmagem onde aparece o registro da trajetória).





- No menu **Analyze** escolha a opção **Measure**.



As coordenadas dos pontos marcados na tela serão colocadas em uma tabela numa nova janela de nome **“Results”**.

The Results window displays a table with the following data:

	Area	Mean	Min	Max	X	Y	Slice
9	0	67	67	67	23.328	15.716	6.323
10	0	68	68	68	22.837	15.347	6.323
11	0	69	69	69	22.284	14.918	6.323
12	0	77	77	77	21.670	14.549	6.323
13	0	81	81	81	21.179	14.119	6.323
14	0	81	81	81	20.442	13.812	6.323
15	0	79	79	79	19.829	13.628	6.323
16	0	79	79	79	19.276	13.567	6.323

Transferência das coordenadas para o ORIGIN

(alteração da origem do sistema de coordenadas)

- Copie a tabela com os resultados para o programa ORIGIN. (copiar e colar)
- Identifique as colunas correspondentes às coordenadas (x,y)
- Recalcule os valores das coordenadas considerando a origem do sistema, ponto (0,0), como sendo o ponto de lançamento da esfera.
- Trace, com esses pontos, um gráfico y versus x. Em seguida, determine a função do tipo $y(x) = Ax^2 + Bx + C$ que melhor se ajusta aos dados experimentais obtidos.
- Com essa função, calcule o ângulo θ e o módulo da velocidade de lançamento da esfera. Compare o valor desse ângulo com o medido, experimentalmente, no registro da trajetória da esfera e, também, por meio da inclinação da canaleta no ponto de lançamento da esfera.
- Para verificar a validade da equação obtida para a trajetória da esfera, calcule a posição em que a esfera atinge o chão do laboratório, ao ser lançada com a extremidade da canaleta da borda da mesa. Em seguida, localize esse ponto no chão. Fixe sobre ele uma folha de papel em branco, cubra-a com papel-carbono e solte a esfera pela canaleta, pelo menos, três vezes. Compare o resultado medido com o previsto segundo a equação.