Capítulo 6

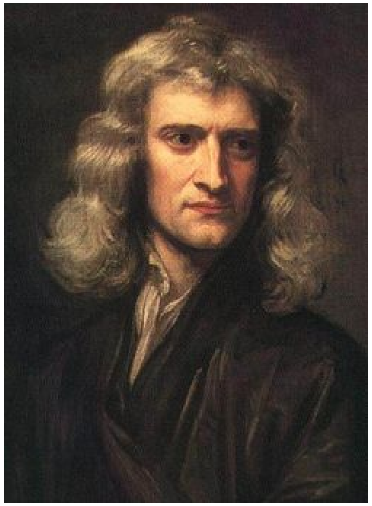
Leis fundamentais da Mecânica

Recursos com copyright incluídos nesta apresentação:

Chaves | Física Básica - Mecânica

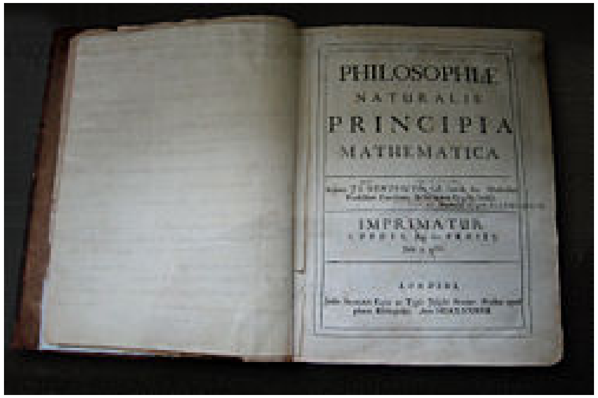
Capítulo 6

Isaac Newton (1642-1727)



Philosophiae Naturalis Principia Mathematica (1687) conhecido como *Principia:*

- mecânica newtoniana
- lei da gravitação de Newton
- cálculo diferencial e integral



A obra de Newton foi a culminância de uma revolução filosófico-científica que se desenvolveu num período de quase um século e envolveu grandes cientistas como *Tycho Brahe* (1546-1601), *Galileu Galilei* (1564-1642), *René Descartes* (1596-1650), *Johannes Kepler* (1571-1630), *Pierre Fermat* (1601-1665) e *Gottfried Leibnitz* (1646-1716) entre muitos outros.

1ª lei de Newton: a lei da inércia

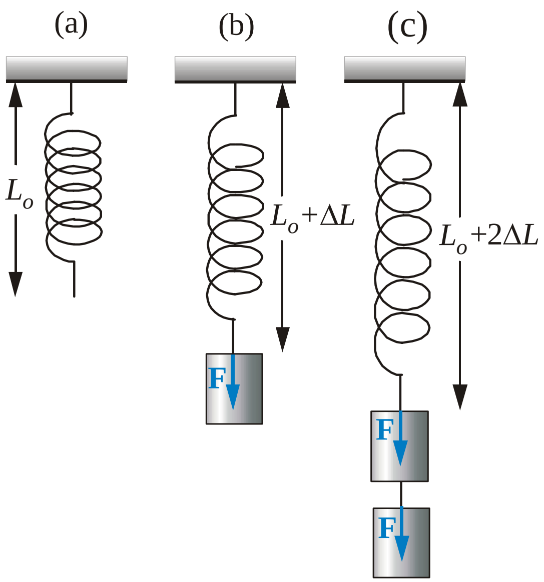
Inércia é a resistência que os corpos oferecem a qualquer alteração na sua velocidade.

Todo corpo persiste em seu estado de repouso, ou de movimento retilíneo uniforme, a menos que seja compelido a modificar seu estado pela ação de forças impressas a ele.

Referencial inercial é aquele no qual valem as leis de Newton, incluindo a lei da inércia. Um referencial que esteja em repouso ou em movimento retilíneo uniforme em relação às estrelas é, com boa aproximação, inercial.

Medidas de força

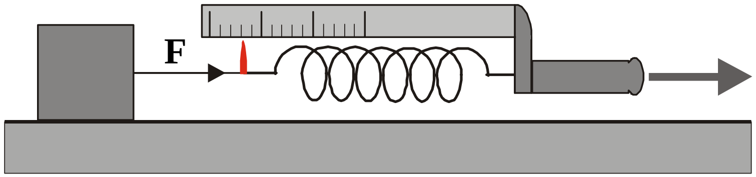
Forças de contato podem ser medidas com o auxílio de um dinamômetro



Lei de Hooke:

$$F = k\Delta L$$

Segunda lei de Newton



Um objeto é puxado, sobre uma superfície horizontal sem atrito, por uma força **F** cuja intensidade (módulo) é medida pelo dinamômetro.

Observa-se que sua aceleração **a** é proporcional e na mesma direção da força **F**.

Se dois objetos iguais forem puxados com a mesma força **F** anterior, a aceleração dos objetos será **a**/2, metade da anterior.

A aceleração de um objeto é proporcional à força a ele aplicada e a constante de proporcionalidade é a massa do corpo. Massa é uma grandeza positiva que quantifica a inércia do objeto.

Matematicamente: $\boxed{\mathbf{F} = m\mathbf{a}}$

Quando há mais de uma força atuando sobre um objeto, a força a que se refere a segunda lei de Newton é a **soma vetorial** de todas essas forças, denominada ***força resultante*** ($\mathbf{F}_R$).

$$\boxed{\mathbf{F}_R \equiv \sum_i \mathbf{F}_i = m\mathbf{a}}$$

2ª lei de Newton para um corpo sujeito a mais de uma força

Formulação geral da 2ª lei de Newton:

$$\boxed{\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}}$$

onde $\mathbf{p} = \mathrm{m}\mathbf{v}$ é o momento linear da partícula.

Assim, $\mathbf{F} = \mathbf{v}\dfrac{dm}{dt} + m\dfrac{d\mathbf{v}}{dt}$

Em sistemas onde não há variação de massa ($dm/dt = 0$), teremos:

$$\mathbf{F} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\mathbf{a}$$

Força peso

O peso de um corpo é a força que a gravidade da Terra exerce sobre ele.

$$\boxed{\mathbf{P} = m\mathbf{g}}$$

onde $\mathbf{g}$ é a aceleração da gravidade, cujo módulo é dado por

$$g = \frac{GM_T}{r^2}$$

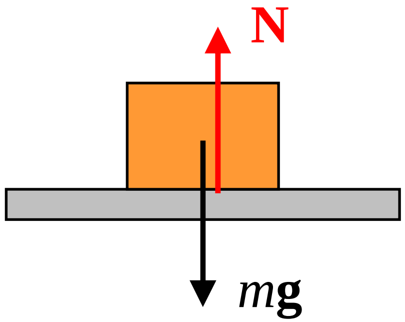
G é a constante universal da gravitação
M_T é a massa da Terra
r é a distância da partícula ao centro da Terra

Próximo à superfície da Terra, $r \sim R_T$ e g é considerada constante:

$g = 9{,}8$ m/s²

Força normal

Bloco de massa *m* em repouso apoiado sobre uma superfície plana



O bloco não se move, então, pela 2ª lei de Newton, $\sum \mathbf{F} = 0$

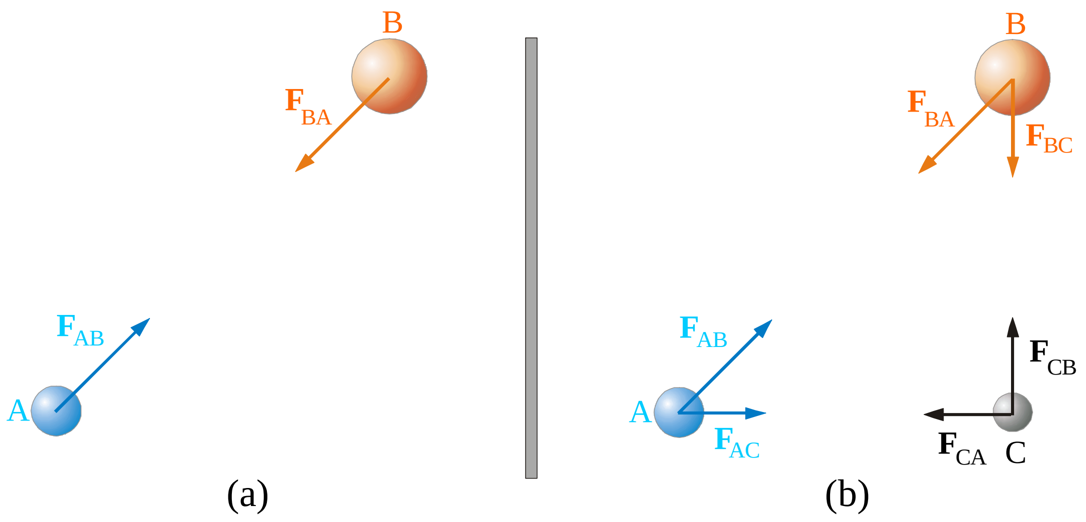
O peso do bloco é compensado por uma força chamada normal (**N**) que a superfície exerce sobre o bloco.

$\mathbf{N} + m\mathbf{g} = 0 \quad \Rightarrow N - mg = 0 \quad \Rightarrow N = mg$ neste caso específico.

A normal é uma força de contato, sempre perpendicular à superfície de contato.

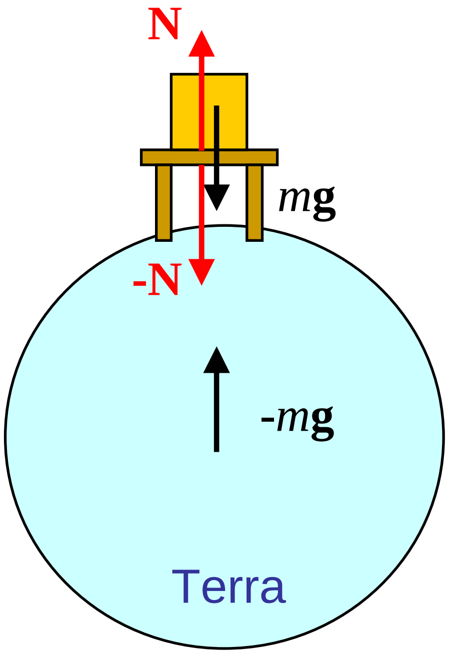
Terceira lei de Newton: lei da ação e reação

Se o corpo A *exerce sobre o corpo* B *uma força* $\mathbf{F}_{BA}$*, o corpo* B *exerce sobre o corpo* A *uma força* $\mathbf{F}_{AB}$*. Essas duas forças são iguais e opostas, ou seja,* $\mathbf{F}_{BA} = -\mathbf{F}_{AB}$*. Além disso, as duas forças estão sobre a mesma linha de ação*.



Qualquer que seja o número de corpos mutuamente interagentes, as forças de interação sempre aparecerão aos pares, como na Figura (b).

Bloco de massa m sobre uma mesa



Forças que atuam no bloco:
peso ($m\mathbf{g}$) e normal ($\mathbf{N}$).

Pares de ação e reação das forças acima:
na Terra ($-m\mathbf{g}$) e na mesa ($-\mathbf{N}$)

A lei de ação e reação está presente em vários fenômenos do nosso cotidiano.

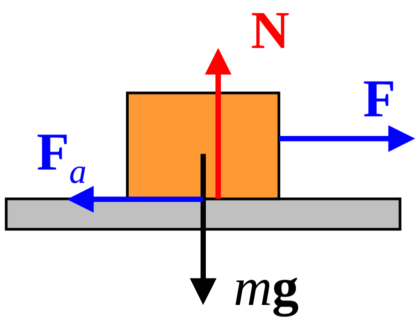
Quando andamos por exemplo aplicamos sobre o chão uma força que tem uma componente paralela ao chão e para trás e recebemos do chão uma força que tem uma componente para frente.

Quando alguém está em um barco dentro de um lago e puxa a extremidade de uma corda cuja outra extremidade está presa à margem do lago recebe uma força que levará o barco para a margem.

Força de atrito

Presente no cotidiano sob diversas formas como a resistência do ar ou a força que aparece entre duas superfícies que deslizam uma sobre a outra.

Bloco de massa m apoiado sobre uma superfície plana



As forças peso ($m\mathbf{g}$) e normal ($\mathbf{N}$) atuam sobre o bloco.

Enquanto não tentamos mover o bloco, a força de atrito será nula.

Se tentarmos mover o bloco aplicando-lhe uma força $\mathbf{F}$, a superfície exercerá sobre ele uma força de atrito $\mathbf{F}_a$, paralela ao plano das superfícies em contato.

Se a força $\mathbf{F}$ não for excessiva, a força de atrito a compensará exatamente.

Enquanto o bloco permanecer parado, $\mathbf{F}_a = -\mathbf{F}$

A força de atrito não pode crescer indefinidamente. Seu valor máximo é proporcional à força normal entre as duas superfícies:

$$\boxed{F_a \leq \mu_e N}$$

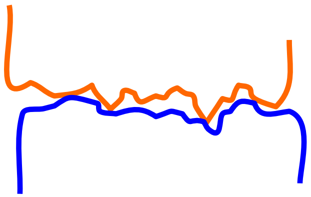
onde μ_e é o **coeficiente de atrito estático**, uma grandeza adimensional característica do par de superfícies.

A força de atrito estático varia de zero ao valor máximo $\mu_e N$.

Caráter microscópico da força de atrito

O atrito é uma força de natureza eletromagnética que surge da interação entre os átomos de duas superfícies que entram em contato.

Objetos comuns que parecem lisos são rugosos se vistos em escala microscópica.



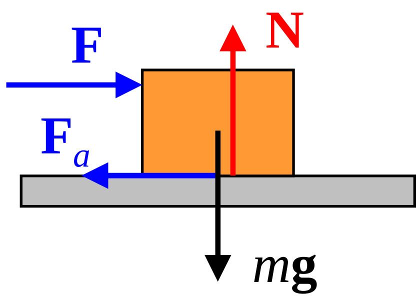
Quando duas superfícies ficam em contato, criam-se pontos de aderência ou soldas, como resultado da força atrativa de átomos próximos uns dos outros.

A força normal exercida por uma superfície atua através dos pontos de contato, onde a força por unidade de área é muito alta.

O aumento da força normal resulta em uma área microscópica de contato maior.

Quando isto acontece, a força de atrito aumenta. Por isto ela é proporcional à força normal.

Exemplo 6.1 - Uma caixa com massa de 10 kg apóia-se em um piso horizontal, e o coeficiente de atrito estático entre a caixa e o piso vale 0,65. Qual é a força horizontal máxima que se pode aplicar sobre a caixa sem que ela se mova?



Forças que atuam na caixa: peso ($m\mathbf{g}$), normal ($\mathbf{N}$), força $\mathbf{F}$ horizontal e força de atrito ($\mathbf{F}_a$).

Corpo imóvel $\Rightarrow \sum \mathbf{F} = 0$

Na vertical, $N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$ (1)

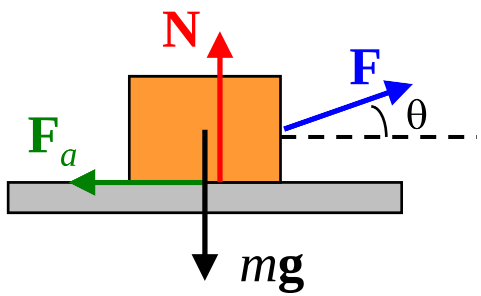
Na horizontal, $F - F_a = 0 \Rightarrow F_a = F$ (2)

Sabemos que $F_a \le \mu_e N$ (3)

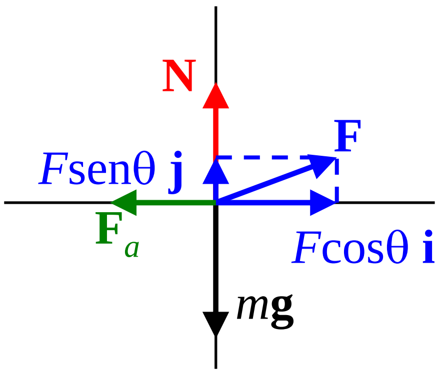
(1) e (2) em (3) : $F \le \mu_e N \Rightarrow F \le \mu_e mg$

Assim $F \le 0,65 \times 10\mathrm{kg} \times 9,81 \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 0,65 \times 10 \dfrac{\mathrm{Ns}^2}{\mathrm{m}} \times 9,81 \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 64\ \mathrm{N}$

Exemplo 6.2 – No exemplo anterior, suponha que a força aplicada sobre a caixa não seja horizontal, mas faça um ângulo de 27º com esta direção. Determine o valor máximo da força aplicada para que o corpo não se mova.



Forças que atuam na caixa: peso ($m\mathbf{g}$), normal ($\mathbf{N}$), força $\mathbf{F}$ e força de atrito ($\mathbf{F}_a$).



Corpo imóvel $\Rightarrow \sum \mathbf{F} = 0$

Na vertical, $N + F\,\text{sen}\,\theta - mg = 0 \Rightarrow N = mg - F\,\text{sen}\,\theta$ (1)

Na horizontal, $F\cos\theta - F_a = 0 \Rightarrow F_a = F\cos\theta$ (2)

Como $F_a \leq \mu_e N$ de (2) temos que $F\cos\theta \leq \mu_e N$ (3)

(1) em (3) $F(\cos\theta + \mu_e \text{sen}\theta) \leq \mu_e mg \Rightarrow F \leq \dfrac{\mu_e mg}{\cos\theta + \mu_e \text{sen}\theta}$

$$F \leq \frac{0{,}65 \times 10\,\text{kg} \times 9{,}81\,\text{m}}{(\cos 27° + 0{,}65 \times \text{sen}\,27°)\ \text{s}^2} = 53{,}8\,\text{N}$$

Um bloco de massa m desliza sobre uma superfície plana.

A superfície realiza no bloco uma força de atrito cinético que pode ser considerada como independente da velocidade:

$$\boxed{F_c = \mu_c N}$$

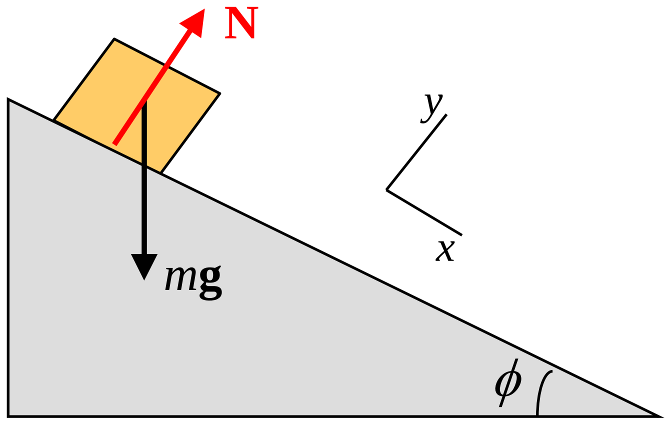
onde μ_c é o **coeficiente de atrito cinético** entre as duas superfícies.

Em geral, $\mu_c < \mu_e$, assim a força de atrito cinético é menor do que a força de atrito estático máxima.

Como consequência, se escorregamos em uma rampa, o processo é brusco e já arrancamos com grande aceleração.

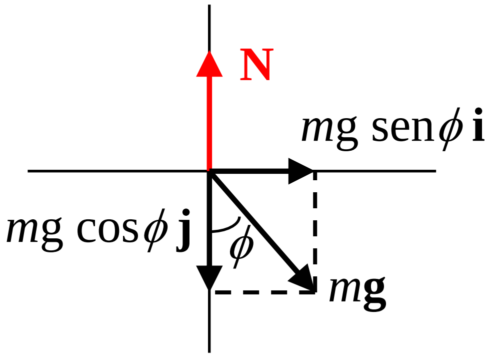
Devido à diminuição da força de atrito quando o corpo começa a deslizar, os sistemas de freio mais avançados para automóveis têm um dispositivo que libera o freio quando o carro começa a derrapar.

Exemplo 6.4 - Considere um bloco apoiado em um plano inclinado, como mostra a Figura abaixo. Ignorando o atrito entre as duas superfícies, calcule a) a aceleração do bloco; b) a força que o plano faz sobre o bloco.



Forças que atuam no bloco:
peso ($m\mathbf{g}$) e normal ($\mathbf{N}$).

Decompor as forças ao longo dos eixos cartesianos x e y escolhidos.

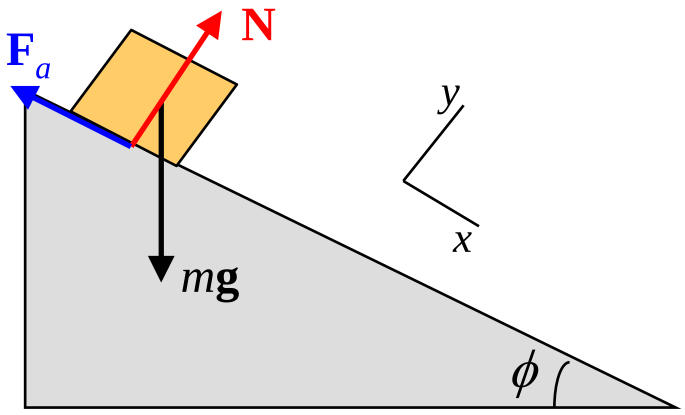


O bloco se desloca apenas ao longo de x, ou seja, a_y=0. Pela 2ª lei de Newton ($\Sigma\mathbf{F}=m\mathbf{a}$):

$$N - mg\cos\phi = 0 \quad \Rightarrow N = mg\cos\phi$$

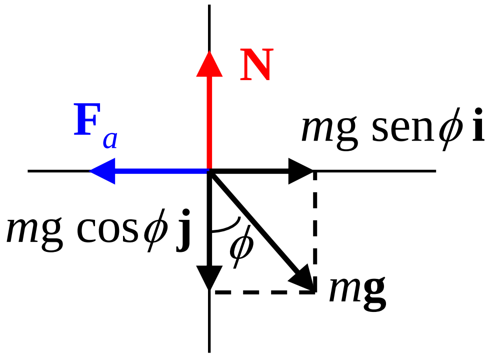
$$mg\,\mathrm{sen}\,\phi = ma \quad \Rightarrow a = g\,\mathrm{sen}\,\phi$$

Exemplo 6.5 - Considere agora que entre as duas superfícies do Exemplo anterior haja um coeficiente de atrito estático μ_e. Qual é ângulo máximo de inclinação do plano para que o bloco fique em repouso?



Forças que atuam no bloco:
peso ($m\mathbf{g}$), normal ($\mathbf{N}$) e força de atrito ($\mathbf{F}_a$).

Decompor as forças ao longo dos eixos cartesianos x e y escolhidos.



O bloco está em repouso, ou seja, a_x=0 e a_y=0. Pela 2ª lei de Newton ($\Sigma\mathbf{F}=m\mathbf{a}=0$):

$$N - mg\cos\phi = 0 \quad \Rightarrow N = mg\cos\phi \quad (1)$$

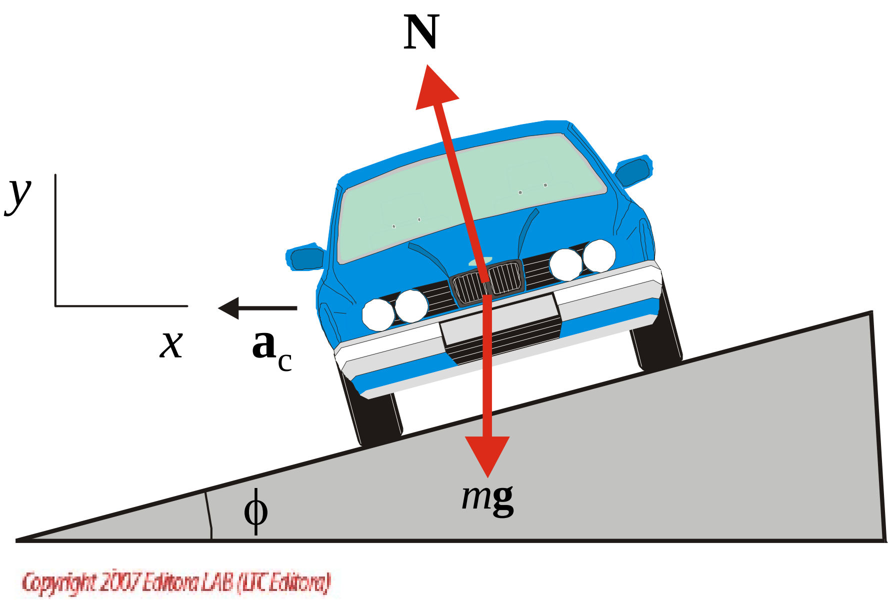
$$mg\,\text{sen}\,\phi - F_a = 0 \quad \Rightarrow F_a = mg\,\text{sen}\,\phi \quad (2)$$

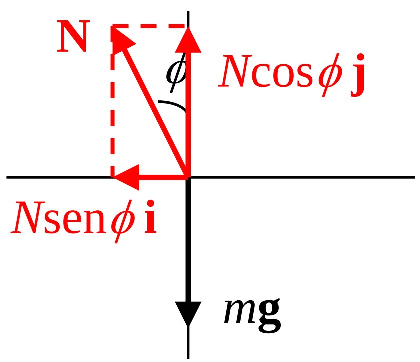
Mas $F_a \le \mu_e N$, de (1) $F_a \le \mu_e mg\cos\phi$ (3)

(2) em (3) $mg\,\text{sen}\,\phi \le \mu_e mg\cos\phi \quad \Rightarrow \text{tg}\,\phi \le \mu_e$

Logo $\text{tg}\,\phi_{\max} = \mu_e$

Exemplo 6.6 - Uma estrada foi projetada para os veículos se moverem a 100 km/h. Em uma curva com raio de curvatura *R* = 500 m, qual é o ângulo de declive que a pista de rolamento deve ter para dentro para que o carro possa percorrê-la sem que haja atrito lateral entre os pneus e a pistas de rolamento?





Forças que atuam no carro:
peso ($m\mathbf{g}$) e normal ($\mathbf{N}$).

O sistema de coordenadas utilizado foi escolhido para que a aceleração do carro, que é centrípeta, fique ao longo de um dos eixos, evitando ter que decompo-la.

O carro está acelerado apenas ao longo de x, ou seja, a_y=0. Pela 2ª lei de Newton:

$$N\cos\phi - mg = 0 \;\Rightarrow\; N\cos\phi = mg \quad (1)$$

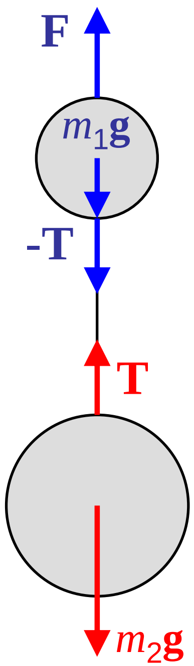
$$N\,\mathrm{sen}\,\phi = ma_c \quad (2)$$

(2) /(1): $\mathrm{tg}\,\phi = \dfrac{a_c}{g} \;\Rightarrow\; \mathrm{tg}\,\phi = \dfrac{\mathrm{v}^2}{Rg}$

$$\mathrm{tg}\,\phi = \frac{(27{,}8)^2\,\mathrm{m}^2\,\mathrm{s}^{-2}}{9{,}81\,\mathrm{m\,s}^{-2}\times 500\,\mathrm{m}} = 0{,}157$$

$$\Rightarrow \phi = 8{,}9°$$

Exemplo 6.7 - Considere dois corpos de massas m_1 e m_2 sob a ação da gravidade e suspensos por um fio sem massa, como mostra a figura abaixo. Uma força vertical $\mathbf{F}$ puxa os dois corpos para cima. a) Qual é a aceleração dos dois corpos? b) Qual é a força de tensão T no fio que une os dois blocos?



Forças que atuam nos corpo de massa m_1:
força $\mathbf{F}$, peso ($m_1\mathbf{g}$), e tensão do fio (-$\mathbf{T}$)

Forças que atuam nos corpo de massa m_2:
peso ($m_2\mathbf{g}$), e tensão do fio ($\mathbf{T}$)

Os dois corpos têm a mesma aceleração ($\mathbf{a}$).
Aplicando a 2ª lei de Newton para cada corpo separadamente:

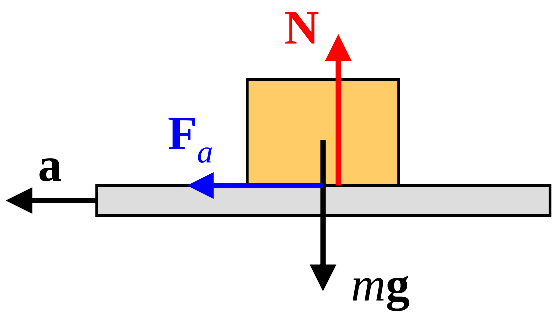
$$F - m_1 g - T = m_1 a \qquad (1)$$

$$T - m_2 g = m_2 a \qquad (2)$$

(1)+(2): $$F - (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{F}{(m_1 + m_2)} - g \qquad (3)$$

(3) em (2): $$T = m_2 g + \frac{m_2 F}{(m_1 + m_2)} - m_2 g \Rightarrow T = \frac{m_2 F}{(m_1 + m_2)}$$

Exemplo 6.9 – Uma caixa está sobre uma esteira horizontal. O coeficiente de atrito estático entre a caixa e a esteira vale μ. Mostre que a aceleração horizontal máxima que a esteira pode sofrer sem que o bloco deslize é μg.



Forças que atuam na caixa:
peso ($m\mathbf{g}$), normal ($\mathbf{N}$), força de atrito ($\mathbf{F}_a$)

A condição para que a caixa não deslize é que sua aceleração seja igual à aceleração $\mathbf{a}$ da esteira.

A caixa se desloca apenas na horizontal, ou seja, $a_x = a$ e $a_y = 0$. Aplicando a 2ª lei de Newton à caixa:

$$N - mg = 0 \quad \Rightarrow N = mg \qquad (1)$$

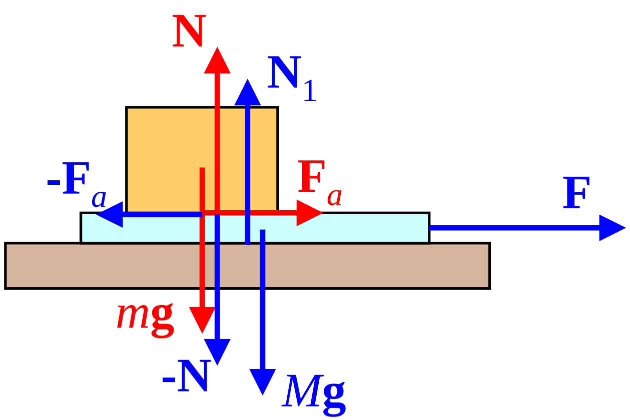
$$F_a = ma \qquad (2)$$

Mas $F_a \leq \mu N$ (3)

(1) e (2) em (3): $ma \leq \mu mg \quad \Rightarrow a \leq \mu g$

$$\Rightarrow a_{\max} = \mu g$$

Exemplo 6.10 – Uma caixa apóia-se sobre uma tábua, que por sua vez apóia-se sobre uma mesa horizontal. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre a caixa e a tábua valem 0,50 e 0,30, respectivamente, e o atrito entre a tábua e a mesa é desprezível. A caixa tem massa m = 10 kg e a tábua tem massa M = 20 kg. Uma força horizontal $\mathbf{F}$ de módulo igual a 200 N é aplicada sobre a tábua, como mostra a figura abaixo. Calcule as acelerações a_t da tábua e a_c da caixa.



Forças que atuam na caixa: peso ($m\mathbf{g}$), normal da tábua ($\mathbf{N}$), força de atrito ($\mathbf{F}_a$)

Forças que atuam na tábua: força $\mathbf{F}$, peso ($M\mathbf{g}$), normal da caixa ($-\mathbf{N}$), normal da mesa ($\mathbf{N}_1$) e força de atrito ($-\mathbf{F}_a$)

2ª lei de Newton para a caixa e a tábua na horizontal:

$$F_a = ma_c \qquad (1)$$

$$F - F_a = Ma_t \qquad (2)$$

Devemos inicialmente descobrir se a caixa desliza ou não sobre a tábua.

Se ela deslizar, a aceleração da caixa será diferente da aceleração da tábua e teremos força de atrito cinético entre a caixa e a tábua.

Se a caixa não deslizar sobre a tábua, sua aceleração será a mesma da tábua (a):

$$F_a = ma \qquad (3)$$

$$F - F_a = Ma \qquad (4)$$

(3)+(4): $F = (m+M)a \Rightarrow a = \dfrac{F}{(m+M)} = \dfrac{200\text{N}}{30\text{kg}} = 6,7\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Neste caso $F_a = ma = 10\text{kg} \times 6,7\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} = 67\text{ N}$

Mas esta força supera a força de atrito estático máxima entre a caixa e a tábua:

$$F_{a,máx} = \mu N = \mu mg = 0,50 \times 10\text{kg} \times 9,8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 49\text{ N}$$

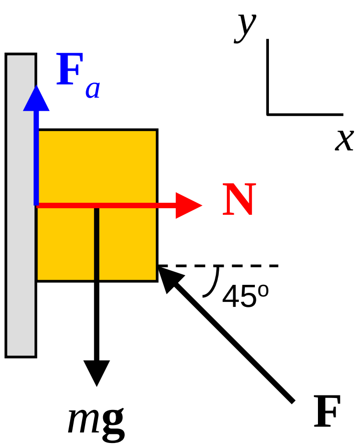
Concluimos então que a caixa desliza sobre a tábua. Neste caso a força de atrito, que é cinético, vale:

$$F_a = \mu_c mg = 0,30 \times 10 \times 9,8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 29\text{ N} \qquad (5)$$

(5) em (1) e (2) nos fornece as duas acelerações

$a_t = \dfrac{F - F_a}{M} = \dfrac{(200-29)\text{ N}}{20\text{ kg}} = 8,5\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$ e $a_c = \dfrac{F_a}{m} = \dfrac{29\text{ N}}{10\text{ kg}} = 2,9\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Exemplo 6.11 – Qual é a intensidade mínima da força $\mathbf{F}$ aplicada ao bloco de massa m da Figura abaixo capaz de evitar que ele deslize para baixo, se o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a parede é μ?

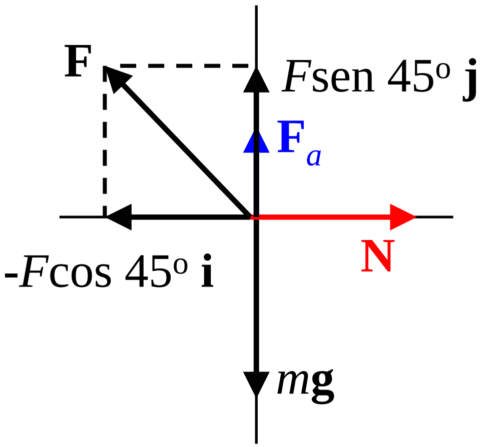


Forças que atuam no bloco:
forca $\mathbf{F}$, peso ($m\mathbf{g}$), normal ($\mathbf{N}$) e força de atrito ($\mathbf{F}_a$)

Decompor as forças ao longo dos eixos cartesianos.

O bloco está em repouso, ou seja, a_x=0 e a_y=0.
Pela 2ª lei de Newton ($\Sigma\mathbf{F}=m\mathbf{a}=0$):

$$N - F\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \quad \Rightarrow N = F\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad (1)$$



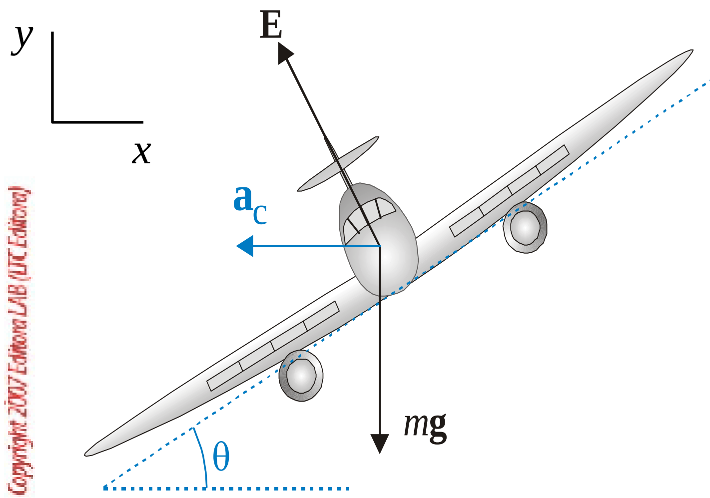
$$F_a + F\frac{\sqrt{2}}{2} - mg = 0 \quad \Rightarrow F_a = mg - F\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad (2)$$

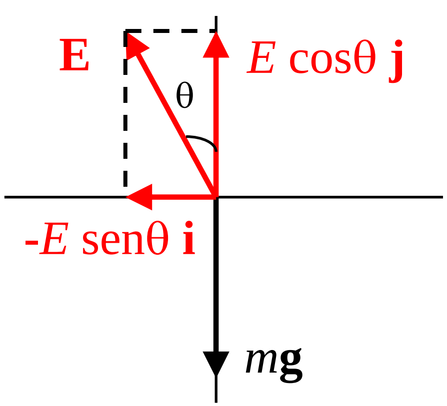
Sabemos que $F_a \leq \mu N$ (3)

(1) e (2) em (3): $mg - F\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \mu F\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow mg \leq F\frac{\sqrt{2}}{2}(\mu+1)$

$$\Rightarrow F \geq \frac{\sqrt{2}mg}{\mu+1} \quad \Rightarrow F_{\min} = \frac{\sqrt{2}mg}{\mu+1}$$

Exemplo 6.12 – Quando um avião viaja com velocidade vetorial constante na horizontal, suas turbinas ou hélices sentem uma força horizontal para a frente. A atuação do ar no corpo e asas do avião exerce uma força com uma componente horizontal para traz, que é uma força de atrito, e outra componente (**E**) vertical para cima, que sustenta o avião. (a) Por que o avião não consegue fazer uma curva na horizontal sem inclinar as asas? (b) De que ângulo devem as asas ser inclinadas para que o avião realize uma curva na horizontal de raio R?





(a) Porque nesse caso não haveria nenhuma força lateral ao avião.

(b) Decompor as forças ao longo dos eixos cartesianos escolhidos

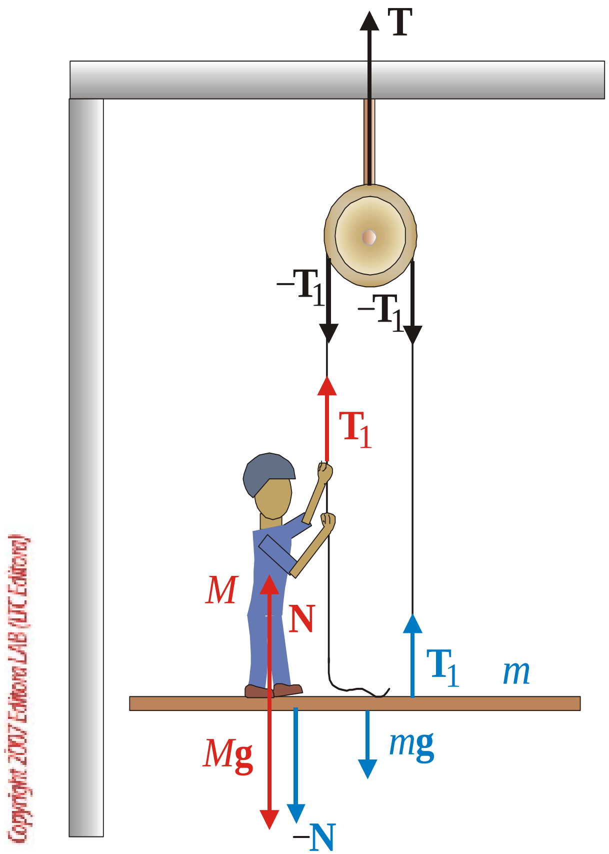
O avião está acelerado apenas ao longo de x, ou seja, a_y=0. Pela 2ª lei de Newton:

$$E\cos\theta - mg = 0 \quad \Rightarrow E\cos\theta = mg \qquad (1)$$

$$E\,\mathrm{sen}\,\theta = ma_c \quad \Rightarrow E\,\mathrm{sen}\,\theta = m\frac{\mathrm{v}^2}{R} \qquad (2)$$

(2)/1): $\quad \mathrm{tg}\,\theta = \dfrac{\mathrm{v}^2}{Rg}$

Exemplo 6.13 – Um operário usa seu próprio esforço braçal para elevar-se juntamente com sua plataforma de trabalho, como mostra a Figura abaixo. Os cabos e a roldana têm pesos desprezíveis, e a roldana roda livre de atrito. Calcule a intensidade das forças atuando sobre o operário, a roldana e a plataforma, indicadas na figura, quando o operário, juntamente com a plataforma, têm aceleração cuja componente vertical vale a.



Aplicar a 2ª lei de Newton para o operário, a plataforma e a roldana separadamente:

$$T_1 + N - Mg = Ma \qquad (1)$$

$$T_1 - N - mg = ma \qquad (2)$$

$$T - 2T_1 = 0 \qquad (3)$$

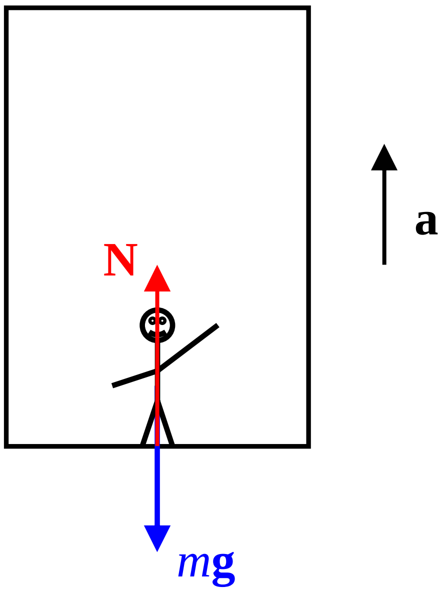
(1)+(2): $2T_1 - (m+M)g = (m+M)a$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{(m+M)}{2}(a+g) \qquad (4)$$

(4) em (1): $N = \dfrac{(M-m)}{2}(a+g)$

(4) em (3): $T = (m+M)(a+g)$

Elevador subindo com aceleração **a**

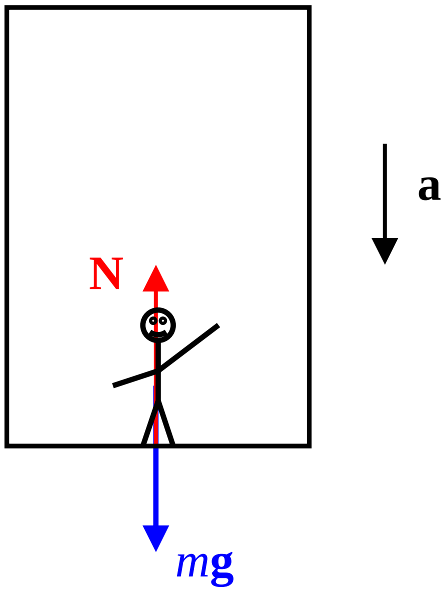


$$N - mg = ma$$

$$\Rightarrow N = ma + mg$$

$$\Rightarrow N = m(g + a)$$

Elevador descendo com aceleração **a**

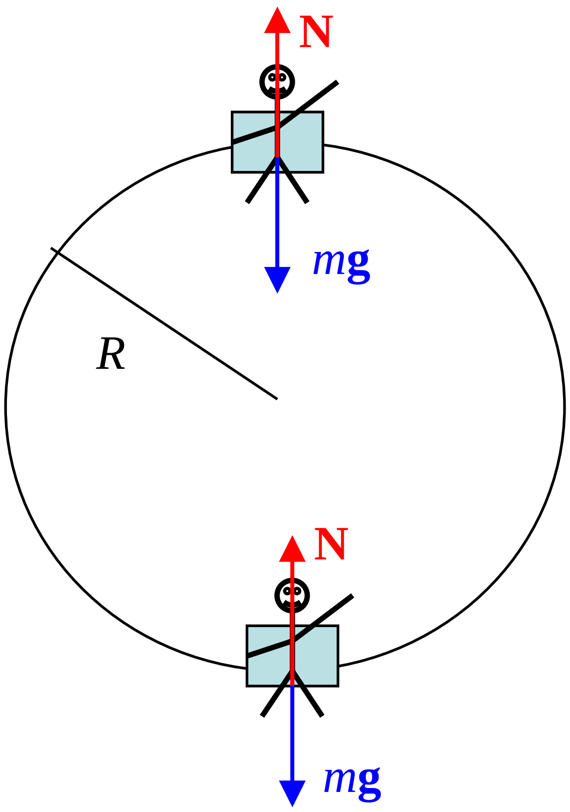


$$mg - N = ma$$

$$\Rightarrow N = mg - ma$$

$$\Rightarrow N = m(g - a)$$

Problema 6.7 – Um garoto anda em uma roda gigante de raio R que gira a uma velocidade angular ω. A força que a cadeira faz para sustentar o garoto é variável durante o ciclo, e seu valor máximo é $F_{\text{máx}}$. (a) qual é a massa do garoto? (b) Qual é o valor mínimo da força da cadeira sobre o garoto?



Força centrípeta é força resultante.

No topo: $P - N = F_c \Rightarrow N = P - F_c$

$$\Rightarrow N = mg - m\omega^2 R \quad = m(g - \omega^2 R)$$

Em baixo: $N - P = F_c \Rightarrow N = P + F_c$

$$\Rightarrow N = mg + m\omega^2 R \quad = m(g + \omega^2 R)$$

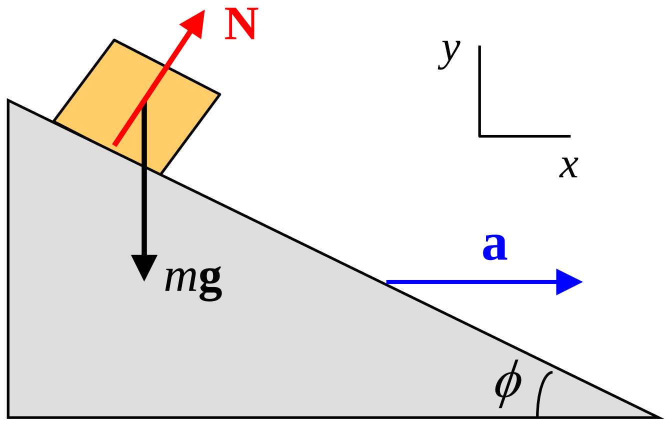
$N_{\max}=F_{\max}$ e ocorre no ponto mais baixo:

$$\Rightarrow F_{\max} = m(g + \omega^2 R) \quad \Rightarrow m = \frac{F_{\max}}{g + \omega^2 R}$$

$N_{\min}$ ocorre no topo:

$$\Rightarrow N_{\min} = m(g - \omega^2 R)$$

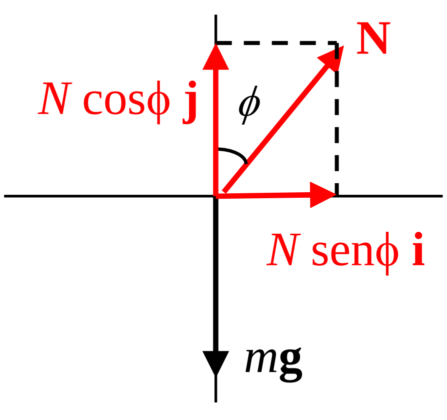
Problema 6.12 – O atrito entre os dois blocos mostrados na Figura abaixo é nulo mas o bloco grande tem uma aceleração a tal que mantém o bloco pequeno sem deslizar sobre o outro . (a) qual é o valor da aceleração a sistema? (b) Sendo m a massa do bloco pequeno, qual é o módulo da força de contato entre os dois blocos?



Forças que atuam no bloco de massa m: peso ($m\mathbf{g}$) e normal ($\mathbf{N}$).

Decompor as forças ao longo dos eixos cartesianos escolhidos

O bloco está acelerado apenas ao longo de x, ou seja, a_y=0. Pela 2ª lei de Newton:



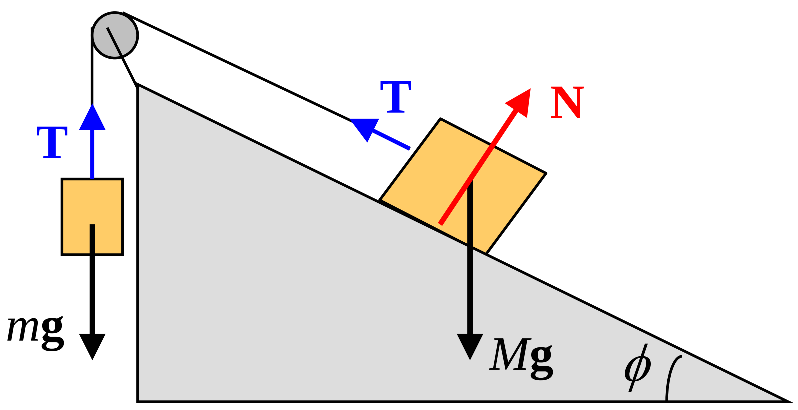
$$N\cos\phi - mg = 0 \quad \Rightarrow N\cos\phi = mg \qquad (1)$$

$$N\,\mathrm{sen}\,\phi = ma \qquad (2)$$

(2)/(1): $\mathrm{tg}\,\phi = \dfrac{a}{g} \quad \Rightarrow a = g\,\mathrm{tg}\,\phi \qquad (3)$

(3) em (2): $N\,\mathrm{sen}\,\phi = mg\,\mathrm{tg}\,\phi \quad \Rightarrow N = \dfrac{mg}{\cos\phi}$

Problema 6.18 - Ignorando qualquer forma de atrito no sistema mostrado na Figura abaixo, a) encontre a relação entre as massas m e M para que o sistema fique em equilíbrio; b) Calcule a aceleração dos blocos se $M = 2m$.



Forças que atuam no bloco de massa m: peso ($m\mathbf{g}$) e tensão ($\mathbf{T}$).

Forças que atuam no bloco de massa M: peso ($M\mathbf{g}$), normal ($\mathbf{N}$) e tensão ($\mathbf{T}$).

a) Sistema em equilíbrio ($\Sigma\mathbf{F}$=0).

Aplicar a 2ª lei de Newton em cada bloco.

Bloco m: $T - mg = 0$ (1)

Bloco M: $Mg\,\mathrm{sen}\,\phi - T = 0$ (2)

(1) + (2): $Mg\,\mathrm{sen}\,\phi - mg = 0$

$$\Rightarrow M\,\mathrm{sen}\,\phi = m$$

b) Supor que o bloco M desce o plano.

Bloco m: $T - mg = ma$ (1)

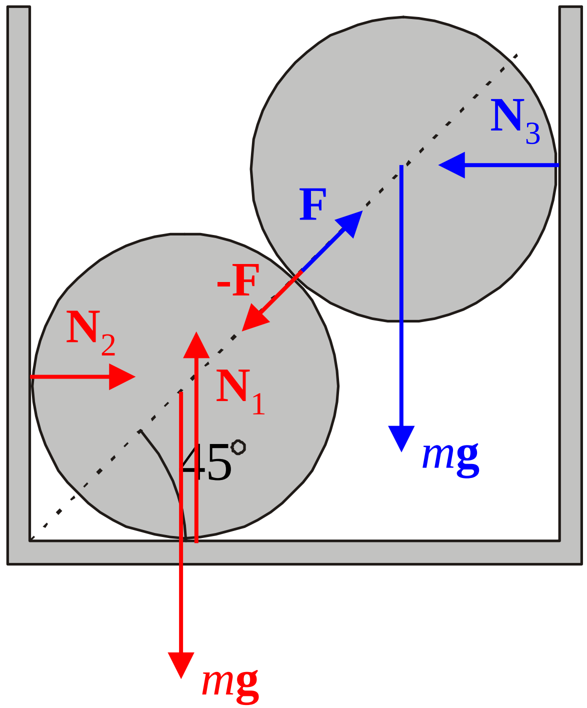
Bloco M: $Mg\,\mathrm{sen}\,\phi - T = Ma$ (2)

(1) + (2): $Mg\,\mathrm{sen}\,\phi - mg = (m+M)a$

$$\Rightarrow a = \frac{(M\,\mathrm{sen}\,\phi - m)g}{m+M}$$

$$M{=}2m \quad \Rightarrow a = \frac{(2\,\mathrm{sen}\,\phi - 1)}{3}g$$

Problema 6.19 - As esferas vistas na Figura abaixo têm cada uma massa m e estão em equilíbrio mecânico. Supondo que não haja atrito entre as esferas e nem entre elas e a caixa, identifique todas as forças que atuam sobre as esferas e calcule o seu valor.



Identificar as forças que atuam nas esferas.

As esferas estão em repouso, ou seja, $\mathbf{a}=0$.
Pela 2ª lei de Newton ($\Sigma\mathbf{F}=m\mathbf{a}=0$):

Na esfera de baixo:

$$N_1 - mg - F\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \quad \text{(1) e} \quad N_2 - F\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \quad \text{(2)}$$

Na esfera de cima:

$$F\frac{\sqrt{2}}{2} - mg = 0 \quad \text{(3) e} \quad F\frac{\sqrt{2}}{2} - N_3 = 0 \quad \text{(4)}$$

De (3): $F = \sqrt{2}mg$ (5)

(5) em (4): $N_3 = mg$ (5) em (2): $N_2 = mg$ (5) em (1): $N_1 = 2mg$

Atrito hidrodinâmico e velocidade limite

Um corpo que se move no interior de um fluido fica sujeito a uma força de atrito.

Se o corpo e sua velocidade não forem muito pequenos, esta força de atrito será com boa aproximação descrita por

$$\boxed{F_a = \frac{1}{2} C A \rho v^2}$$

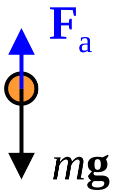
C é o coeficiente de arraste, ou coeficiente de penetração aerodinâmica.

A é a área de corte frontal do objeto, ou seja, sua seção reta.

ρ é a densidade do fluido. No caso do ar, ρ =1,3 kg m^{-3}

Corpos em queda na atmosfera ficam sujeitos a duas forças, seu peso e a força de atrito do ar, esta última contrária a seu deslocamento. A equação de movimento do corpo se escreve na forma

$$ma = mg - F_a \qquad \Rightarrow ma = mg - \frac{1}{2} C A \rho v^2$$



A equação acima mostra que um corpo em queda na atmosfera quando parte do repouso ($v = 0$) tem inicialmente aceleração igual a g.

À medida em que sua velocidade cresce, a força de atrito aumenta de intensidade e com isso a aceleração do corpo diminui.

Chega um ponto em que o corpo atinge a denominada *velocidade limite*, na qual a força de atrito hidrodinâmico neutraliza exatamente o peso do corpo:

$$0 = mg - \frac{1}{2} C A \rho v_{\mathrm{lim}}^2$$

$$\Rightarrow v_{\mathrm{lim}} = \sqrt{\frac{2mg}{CA\rho}}$$

Exemplo 6.15 – Uma pára-quedista cuja massa é de 60 kg salta de um pára-quedas cuja área frontal é de 20 m^2. O coeficiente de arraste do pára-quedas vale 1,4 a densidade do ar é 1,3 kg m^{-3}. Qual é a velocidade limite da pára-quedista?

$$\mathrm{v_{lim}} = \sqrt{\frac{2mg}{CA\rho}}$$

$$\Rightarrow \mathrm{v_{lim}} = \sqrt{\frac{2\times 60\mathrm{kg}\times 9{,}8\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}}{1{,}4\times 20\mathrm{m}^2\times 1{,}3\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}}} = 5{,}7\ \mathrm{m/s}$$