Ondas Estacionárias em uma Corda

INTRODUÇÃO

Ondas estacionárias em uma corda finita

Em uma corda uniforme de densidade linear de massa μ, submetida a uma tensão T, a velocidade de propagação v de um pulso ou de uma onda transversal é dada por

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad . \qquad (1)$$

Para pequenas amplitudes de oscilação, essa velocidade independe da forma e da amplitude da onda.

Duas ondas de mesmo comprimento de onda, propagando-se em direções opostas, dão origem a ondas estacionárias. Isso ocorre, por exemplo, quando vibrações são produzidas em uma corda esticada com as extremidades fixas, como representado na Figura 1. Nesse caso, as ondas refletidas em cada extremidade superpõem-se àquelas que estão se propagando em sentido oposto e produzem configurações determinadas pela condição de que, em qualquer instante, a amplitude deve ser nula nesses dois pontos, ou seja, as duas extremidades devem ser nodos. Para que essa situação ocorra, o comprimento ℓ da corda deve satisfazer a relação

$$\ell = n\frac{\lambda}{2},$$

em que $n = 1, 2, 3, \ldots$

Portanto as freqüências de oscilação de uma corda que tem as duas extremidades fixas são dadas por

$$\nu = n\frac{v}{2\ell} \quad .$$

Essas ondas estacionárias, mostradas na Figura 1, são chamadas de modos normais de vibração da corda. O modo fundamental corresponde à freqüência em que $n = 1$; o primeiro sobretom corresponde àquela em que $n = 2$; e assim, sucessivamente.

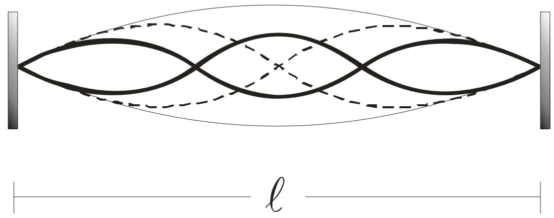

FIGURA 1 - Possibilidades de ondas estacionárias em uma corda de comprimento ℓ com ambas as extremidades fixas; estão representados os modos em que n = 1, 2 e 3.

As ondas produzidas por vibrações de uma corda são rapidamente amortecidas, a não ser que seja continuamente fornecida energia para manter suas amplitudes constantes. Se a corda for submetida a uma força externa, periódica, com freqüência igual à freqüência de um de seus modos normais, mesmo uma pequena força poderá produzir ondas de grande amplitude. Esse efeito é chamado de ressonância. Nesse caso, a força externa fornece energia à corda continuamente, e o amortecimento, causado pelo atrito, determina a amplitude das oscilações — se o amortecimento for pequeno, a amplitude das oscilações poderá ser muito grande.

Ondas estacionárias em uma barra

Em uma barra, podem ser produzidas vibrações tanto longitudinais quanto transversais e, na maior parte dos casos, é difícil produzir um tipo de movimento sem o outro. As vibrações longitudinais são semelhantes às que ocorrem em uma corda. Para uma barra longa e fina, a velocidade de propagação de pulsos ou de ondas longitudinais é dada por

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \ ,$$

em que Y é o módulo de Young — uma grandeza característica de cada material — e ρ é a sua densidade.

Para vibrações transversais, o conseqüente aparecimento de torques e de forças de cisalhamento torna a análise mais complicada. Ondas transversais de freqüências diferentes propagam-se com velocidades diferentes, ou seja, uma barra é um meio dispersivo para essas ondas.

Uma outra situação comum em que ocorre dispersão é a que se verifica na propagação da luz em um líquido ou em um sólido — luz de diferentes cores, ou freqüências, propaga-se com velocidades diferentes e isso dá origem a efeitos como o arco-íris, por exemplo.

√ Cite uma evidência experimental de que não ocorre dispersão em ondas sonoras que se propagam no ar.

Pode-se mostrar[1] que uma onda transversal de freqüência f se propaga em uma barra com velocidade

$$v = \sqrt{2\pi\ f\ c\,k}\ ,$$

em que $c = \sqrt{\dfrac{Y}{\rho}}$, $k = d/\sqrt{12}$ e d é a espessura da barra.

Se uma das extremidades da barra está fixa, os modos de vibração permitidos terão freqüências dadas por[2]

$$f = \frac{\pi\ c\,k}{8\,\ell^2}\left(1{,}194^2,\quad 2{,}988^2,\quad 5^2,\quad 7^2,\ \ldots\right)$$

em que ℓ é o comprimento da barra.

PARTE EXPERIMENTAL

Objetivos

- Produzir ondas estacionárias em uma corda, em uma barra metálica e em um aro de arame.
- Verificar a relação entre as características desses meios e a freqüência e o comprimento de onda dessas ondas.

Material utilizado

- Gerador de áudio, vibrador, fio elástico, lâminas metálicas, aro metálico e objetos de massas diversas.

---

[1] KINSLER, L. E.; FREY, A. R.; COPPENS, A. B.; SANDERS, J. V. *Fundamentals of Acoustics*. 3. ed., Nova York, John Wiley & Sons, 1982.

[2] *Idem*.

Procedimentos

Ondas estacionárias em uma corda

Na Figura 2, representa-se a montagem utilizada neste experimento. Um objeto, de massa conhecida, está dependurado em uma das extremidades de um fio elástico; esse fio passa por uma polia e tem sua outra extremidade fixada em um vibrador mecânico. Esse vibrador é conectado a um gerador de sinais de áudio e produz no elástico, oscilações, cujas freqüência e amplitude podem ser variadas.

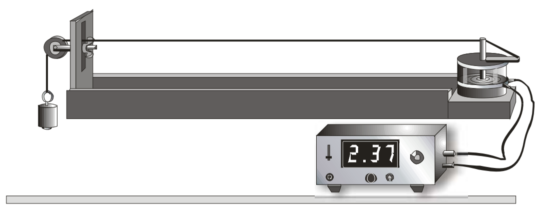

FIGURA 2 - Dispositivo utilizado para produzir ondas estacionárias em uma corda.

- Pendure um objeto na extremidade do fio elástico. Varie, no gerador de áudio, a freqüência de vibração e anote todos os valores f_n em que se observam ressonâncias na corda. Faça uma tabela em que se representem um esboço da forma da onda, o índice n associado e a freqüência de ressonância de cada modo de vibração observado.
- Substitua o objeto por outro de massa, aproximadamente, duas vezes maior ou duas vezes menor que a anterior e repita as medidas.
- Mediante uma análise dos gráficos de f_n *versus* n para cada uma das situações anteriores, obtenha as velocidades de propagação da onda. Trace as duas curvas no mesmo gráfico. Justifique os diferentes valores obtidos com as diferentes massas.
- Determine a densidade linear de massa do elástico por dois processos:

  a) pela equação 1; e

  b) pela definição de densidade linear de massa $\mu = m/\ell$. (Meça a massa e o comprimento de um pedaço de elástico fornecido à parte, equivalente ao utilizado no experimento.)

Ondas estacionárias em uma barra

- Trave o eixo do vibrador, remova o fio e encaixe o conjunto de lâminas metálicas, como ilustrado na Figura 3. Destrave o eixo do vibrador.
- Varie, no gerador de áudio, a freqüência de vibração, enquanto observa as lâminas metálicas. Determine as freqüências de ressonância de todos os modos normais que você consegue observar em cada um dos dois segmentos de lâmina. Faça uma tabela com um esboço das formas das ondas estacionárias que são observadas e das respectivas freqüências de ressonância para cada segmento.
- Compare os resultados obtidos em cada segmento. Indique qual deles apresenta a menor freqüência de ressonância e explique por quê. As freqüências de ressonância obtidas no elástico esticado são múltiplas da freqüência do modo fundamental. Verifique se isso é observado também nas lâminas.
- Determine, para a lâmina de maior comprimento, as razões f_n/f_1 entre as freqüências de ressonância de cada modo e a do modo fundamental f_1 e compare-as com os valores previstos teoricamente.

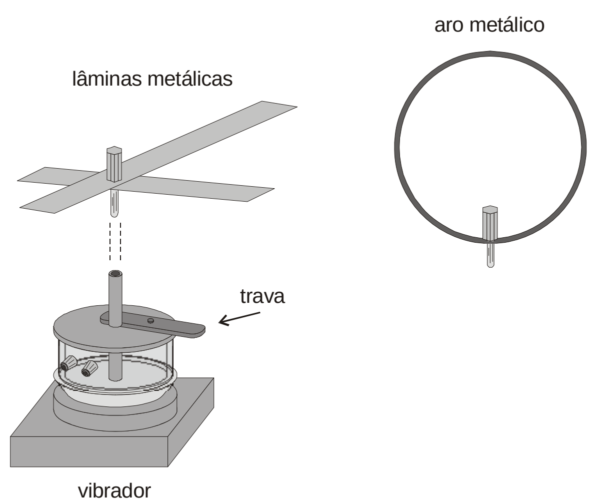

FIGURA 3 - Vibrador mecânico, lâminas (barras) e aro usados para produção de ondas estacionárias.

Ondas estacionárias em um aro

- Trave o eixo do vibrador e substitua a lâmina pelo aro metálico.

- Aumente, no gerador de áudio, gradativamente, a freqüência de vibração, enquanto observa o aro. Determine as freqüências de ressonância de todos os modos normais que você consegue observar. Esboce as formas das ondas estacionárias que são observadas em cada modo.
- Determine a relação entre o comprimento do aro e os comprimentos de onda das ondas estacionárias. Verifique se as freqüências de ressonância são múltiplas da freqüência do modo fundamental.