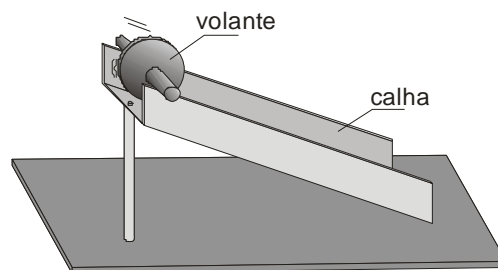


# Movimentos combinados de translação e de rotação

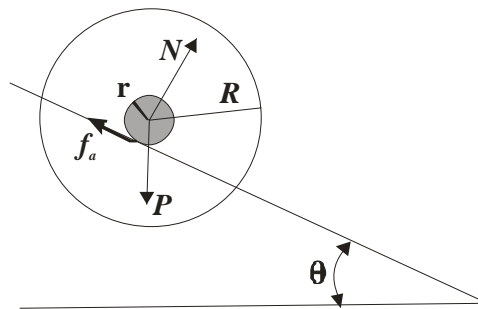
## INTRODUÇÃO

O movimento de uma partícula ou objeto pontual é exclusivamente de translação. Corpos rígidos podem realizar movimentos complexos, envolvendo translação e rotação. Em geral, estudos desses movimentos são feitos separando-se o movimento de translação do movimento de rotação. A Figura 1 ilustra o movimento de um pequeno volante que desce, rolando, por uma calha inclinada.



**Figura 1** - Um pequeno volante desce rolando por uma calha inclinada.

Sejam  $m$  a massa e  $R$  o raio do volante,  $r$  o raio de seu eixo e  $\theta$  o ângulo de inclinação da calha em relação à horizontal. Durante o movimento desse volante, as forças que atuam nele são o seu peso  $\mathbf{P}$ , a força de atrito  $\mathbf{F}_a$  e a força normal  $\mathbf{N}$  que a calha exerce em seu eixo. Essas grandezas estão representadas na Figura 2.



**Figura 2** - As forças que atuam no volante são o seu peso  $\mathbf{P}$ , a força de atrito  $\mathbf{f}_a$  e a força normal  $\mathbf{N}$  que a exercida pela calha.

A força peso atua no centro de gravidade do volante e a normal, no ponto de contato do eixo do volante com a calha. Como essas forças atuam sobre o eixo de rotação do volante, elas não produzem torque. Por sua vez, a força de atrito atua a uma distância  $r$  do eixo de rotação, e é perpendicular ao eixo; portanto, produz o torque que faz o volante girar.

Dependendo da inclinação da calha e do atrito entre ela e o volante, podem ocorrer dois tipos de movimento do volante: com deslizamento ou sem deslizamento.

### Movimento com deslizamento puro

Quando a força de atrito entre o volante e a calha é desprezível, o torque total é nulo e o volante desliza pela calha, sem girar. Nesse caso, o movimento do volante é idêntico ao de uma partícula de mesma massa, localizada em seu centro de massa.

- ✓ Mostre que, nessa situação, a aceleração  $a_{cm}$  do centro de massa do volante é paralela ao plano inclinado e seu módulo é

$$a_{cm} = g \sin \theta . \quad (1)$$

Considere que o volante, inicialmente em repouso, é solto de uma altura  $h$  em relação à base da calha. Desprezando-se todas as formas de atrito, a energia mecânica é conservada e o volante chega ao final da calha com velocidade  $v_{cm}$ , tal que

$$mgh = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 ,$$

ou seja,

$$v_{cm} = (2gh)^{1/2} . \quad (2)$$

### Movimento sem deslizamento

Durante a descida, se a força de atrito  $f_a$  for menor que a força de atrito estático máxima, ou seja, se

$$f_a \leq \mu_e mg \cos \theta ,$$

o volante não deslizará pela calha. Nesse caso, há movimentos de translação e de rotação do volante — ele gira com velocidade angular  $\omega$  em torno de seu eixo, enquanto seu centro de massa se desloca com velocidade

$$v_{cm} = \omega r ,$$

em que  $r$  é o raio do eixo do volante, como mostrado na Figura 2.

Considere que o volante é solto de uma altura  $h$  e chega ao final da calha com velocidade  $v_{cm}$ . Se não houver deslizamento, a energia mecânica do volante é conservada — por que ? —, portanto,

$$mgh = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\left(\frac{v_{cm}}{r}\right)^2,$$

em que  $I_{cm}$  é o momento de inércia do volante em relação ao eixo de rotação que passa pelo seu centro de massa.

Então,

$$v_{cm} = \left( \frac{2gh}{1 + \frac{I_{cm}}{mr^2}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3)$$

Durante a descida, a aceleração  $a_{cm}$  do centro de massa do volante é constante — por que? —, portanto

$$v_{cm}^2 = v_o^2 + 2a_{cm}d,$$

em que  $v_o = 0$  é a velocidade inicial do volante.

Assim,

$$a_{cm} = \frac{gh/d}{1 + \frac{I_{cm}}{mr^2}}. \quad (4)$$

✓ Mostre que se  $r \ll R$ , o momento de inércia do volante é, aproximadamente,

$$I_{cm} \cong \frac{1}{2}mR^2.$$

## PARTE EXPERIMENTAL

### Objetivos

- Medir a aceleração e a velocidade final do centro de massa de um volante que desce, rolando, por uma calha inclinada.
- Analisar o movimento do volante em duas situações: com deslizamento e sem deslizamento. Comparar os resultados experimentais com os calculados.

### Sugestão de material

- Calha, volante, trena e cronômetro

## Procedimentos

- Posicione o volante na calha, inclinada, aproximadamente  $4^\circ$  em relação à mesa, e solte-o. Meça o tempo que o volante gasta para atingir o final da calha. Repita, algumas vezes, a medida, de forma a obter um valor médio do tempo de descida. Meça a distância percorrida pelo volante.
- Sendo a aceleração do centro de massa constante, de acordo com as equações da Cinemática, ela e a velocidade do centro de massa do volante estarão relacionadas com a distância percorrida e o tempo gasto para percorrê-la por meio das equações

$$x = \frac{1}{2}a_{cm}t^2 \quad e \quad v_{cm} = a_{cm}t .$$

Com base nas medidas do item anterior, determine os valores experimentais da aceleração e da velocidade final do centro de massa do volante com suas respectivas incertezas.

- Considere duas hipóteses: o volante desliza, ou não desliza, enquanto desce pela calha. Para cada uma dessas hipóteses, calcule a aceleração e a velocidade final do volante. (Não há necessidade de calcular as incertezas.)
- Compare esses resultados com os obtidos experimentalmente e discuta qual das duas hipóteses é a mais adequada à situação analisada.
- Agora, ajuste o ângulo de inclinação da calha para aproximadamente  $30^\circ$  e repita os procedimentos descritos nos itens anteriores.
- Discuta as diferenças entre os resultados obtidos em cada uma das duas inclinações.