

MOMENTO DE INÉRCIA

INTRODUÇÃO

Movimentos de rotação e translação combinados — chamado de rolamentos — são muito comuns no dia-a-dia; as rodas de um veículo, por exemplo, giram — movimento de rotação —, ao mesmo tempo que se deslocam, para frente ou para trás — movimento de translação.

Pode-se mostrar que objetos com distribuição de massa com simetria cilíndrica ou esférica têm o momento de inércia dado pela expressão

$$I = \beta MR^2, \quad (1)$$

em que M é a massa e R o raio do objeto; β é um parâmetro que depende apenas da simetria de distribuição de massa do objeto. Mostra-se que β é igual a $2/5$ para uma esfera, a $1/2$ para um cilindro e a 1 para um aro ou anel.

Considere-se a situação de um objeto de seção circular que desce uma rampa, rolando sem deslizar, como ilustrado na Fig. 1.

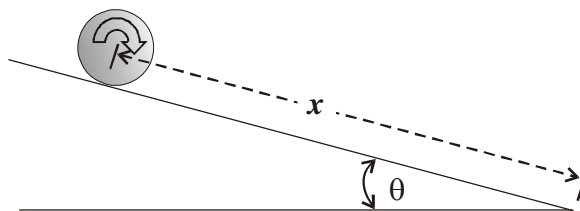


Figura 1 - Um objeto de seção circular desce um plano inclinado.

√ Utilizando a equação de conservação da energia mecânica mostre que, se o objeto é colocado para rolar a partir do repouso, o módulo v de sua velocidade, após percorrer uma distância x , medida a partir do ponto de que o objeto foi solto, será dada por

$$v^2 = \frac{2g \operatorname{sen} \theta}{1 + \beta} x, \quad (2)$$

em que g é a aceleração da gravidade. Note que, nessa expressão, a velocidade com que um objeto de seção circular atinge o final da rampa não depende de sua massa ou raio, mas apenas da maneira como essa massa é distribuída (β) em torno de um eixo central, que passa pelo centro de massa.

PARTE EXPERIMENTAL

Objetivo

- Determinar, experimentalmente, o parâmetro β para um aro, ou cilindro, e para uma esfera.

Sugestão de material

- Rampa de comprimento l ($\sim 1,5\text{m}$) com suporte para elevação de um dos lados; esfera e aro, ou cilindro; trena; cronômetro.

Procedimentos

- Eleve uma das extremidades da rampa de forma que ela faça um ângulo de cerca de 5° com a horizontal. Especifique o ângulo escolhido.
- Antes de iniciar as medidas, familiarize-se com a medição de tempo, especialmente se o experimento conta com um dispositivo para detectar início e fim de movimento. Para isso solte algumas vezes a esfera ou o aro na rampa observando a marcação de início e de término na contagem de tempo.
- Faça medidas de distância e de tempo de percurso para a esfera e para o aro. Use, pelo menos, cinco distâncias diferentes para cada dos objetos. Para cada distância, meça, pelo menos, cinco vezes o tempo de percurso, de forma a minimizar erros aleatórios.

O valor de β é bastante sensível à precisão das medidas de tempo e de distância. Procure obter essas medidas com desvios percentuais de no máximo 2%.

- A partir das medidas das distâncias e dos respectivos tempos médios, calcule as velocidades dos objetos no final de cada percurso. Note que, sendo a rampa reta e considerando-se a força de atrito constante durante todo o percurso, a força resultante sobre o volante será constante e, portanto, sua aceleração também. Isso possibilita calcular a velocidade e a aceleração do volante usando as fórmulas de Cinemática para o movimento uniformemente variado, ou seja,

$$x = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{e} \quad v = at.$$

- Com base na equação 2, obtenha, por uma análise gráfica, os coeficientes β da esfera e do aro com suas respectivas incertezas. Compare-os com os valores esperados.