

FIS004 ASTRONOMIA GERAL

Prova No 1 (35% da nota total)

Nome:

1. Dinâmica orbital. (20%)

Há bastante tempo temos a suspeita da existência de um buraco negro no centro da nossa galaxia. Mais recentemente, um grupo de astrônomos foi capaz de determinar os parâmetros de uma estrela orbitando tal objeto: o período orbital é de 15 anos e o raio da órbita é de 0.12 segundos de arco (visto desde a Terra). Considere a distância ao centro galáctico de 8kpc. Calcule a massa do buraco negro partindo da relação

$$\vec{F} = m \vec{a} = m \frac{v^2}{r} \hat{r}$$

Expresse sua resposta em unidades da massa solar M_{sol} . (Dica: não precisa fazer todas as contas mas comparar as mesmas equações para o sistema buraco negro – estrela, com o sistema Terra – Sol.)

R: Considere a aceleração centrípeta e aceleração gravitacional, teremos

$$\frac{v^2}{r_{\text{BN}}} = \omega^2 r_{\text{BN}} = \frac{4\pi^2 r_{\text{BN}}}{P^2} = \frac{GM_{\text{BN}}}{r_{\text{BN}}^2}$$

$$\frac{4\pi^2 r_{\text{BN}}^3}{P^2} = GM_{\text{BN}}$$

No sistema Terra-Sol temos uma relação similar

$$\frac{4\pi^2 r_{\text{TS}}^3}{P_T^2} = GM_{\text{sol}}$$

Comparando as duas equações temos:

$$\frac{r_{\text{BN}}^3 P_T^2}{r_{\text{TS}}^3 P^2} = \frac{M_{\text{BN}}}{M_{\text{sol}}}$$

O período da Terra é 1 ano, o da estrela arredor do BN é 15 anos. O raio orbital da Terra é 1UA, precisamos calcular o raio orbital usando o ângulo e a distância ao centro galáctico, consideramos primeiro que $0.12'' = 0.12/200000 = 6 \times 10^{-7}$ rad, e que:

$$8 \text{ kpc} = 8000 \text{ pc} = 8000 \times 3 \times 10^{18} \text{ cm} = 8000 \times 3 \times 10^{18} / 1.5 \times 10^{13} \text{ UA} = 1.6 \times 10^9 \text{ UA}.$$

$$r_{\text{BN}} = d \sin(6 \times 10^{-7} \text{ rad}) \sim (1.6 \times 10^9 \text{ UA})(6 \times 10^{-7} \text{ rad}) = 960 \text{ UA}$$

$$\frac{(960 \text{ UA})^3 (1 \text{ ano})^2}{(1 \text{ UA})^3 (15 \text{ anos})^2} = 3.93 \times 10^6 M_{\text{sol}}$$

2. Fluxo e Luminosidade (20%)

Uma vela emite no visível com uma potência de ~ 3 Watts. Quando essa vela está localizada a uma distância de 3 km ela tem o mesmo brilho aparente (Fluxo) que uma estrela distante. Considere que a estrela tem a mesma luminosidade solar (10^{26} Watt). Calcule a distância a qual se encontra a estrela.

R: Tanto para a vela quanto para a estrela temos a relação:

$$L = 4 \pi d^2 F(d)$$

Relacionando as duas equações, e sabendo que $F_{vela} = F_*$.

$$r_* = r_v \sqrt{\frac{L_*}{L_v}} = 3 \text{ km} \sqrt{\frac{10^{26} \text{ Watts}}{3 \text{ Watts}}} = 1.73 \times 10^{13} \text{ km} = 0.577 \text{ pc}$$

3. Efeito Doppler e ângulos (20%)¹

O espectro de uma estrela é observado. De entre todas as linhas espectrais encontra-se a linha de oxigênio, cujo valor no repouso é 5007 \AA . Para aquela estrela essa linha é observada em 5012 \AA . A estrela também tem um movimento próprio, deslocando-se no plano do céu um (1) segundo de arco por ano. A estrela está localizada a 60 pc da terra. Encontre o módulo da sua velocidade. A estrela se afasta ou se aproxima da terra?

R: Já que o comprimento de onda observado é maior que o mesmo em repouso, temos um deslocamento para o vermelho (redshift), ou seja, a estrela se afasta da terra. Usando a relação Doppler podemos encontrar a velocidade na linha de visada:

$$v_r = \frac{\Delta \lambda c}{\lambda_0} = \frac{(5012 - 5007 \text{ \AA}) * 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{5007 \text{ \AA}} = 2.99 \times 10^5 \text{ m/s}$$

Por outro lado temos uma velocidade tangencial que podemos calcular usando o movimento próprio observado no céu

$$v_t = \sin(1 \text{ arcsec}) \times 60 \text{ pc} \sim \left(\frac{1}{200000} \text{ rad / ano}\right) \times \left(\frac{1 \text{ ano}}{31536000 \text{ s}}\right) \times 60 \text{ pc} \times \frac{3 \times 10^{16} \text{ m}}{1 \text{ pc}} = 2.85 \times 10^5 \text{ m/s}$$

O módulo da velocidade será:

$$v = \sqrt{v_r^2 + v_t^2} = \sqrt{(2.99 \times 10^5 \text{ m/s})^2 + (2.85 \times 10^5 \text{ m/s})^2} = 4.13 \text{ m/s}$$

]

4. Perguntas de rápida resposta (40%)

(a) Segundo o modelo do átomo de Bohr o comprimento de onda de uma transição eletrônica pode ser calculado com a seguinte relação:

$$\lambda^{-1} = R \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

Calcule o comprimento de onda de uma transição de $n=100$ a $n=99$. (dica: o comprimento de onda da transição $L\alpha$, n_2 a n_1 , é de 1216 \AA . Não faça contas longas, faça comparações).

R: Temos a transição:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) = R \left(\frac{1}{99^2} - \frac{1}{100^2} \right)$$

E a transição para Lyman- α .

$$\frac{1}{1216 \text{ \AA}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$$

Fazendo uma divisão entre elas:

$$\frac{\lambda}{1216 \text{ \AA}} = \frac{3/4}{199/9.801 \times 10^7} = 3.69 \times 10^5$$

logo

$$\lambda = 3.69 \times 10^5 \cdot 1216 \text{ \AA} = 4.49 \times 10^8 \text{ \AA} = 4.49 \text{ cm}$$

(b) Quais princípios físicos básicos estão por trás da primeira e segunda leis de Kepler (órbitas elípticas e áreas iguais em tempos iguais).

R: Os princípios físicos são a força central gravitacional e a conservação do momento angular.

(c) Uma galáxia se afasta de nós a uma velocidade de 3000 km/s . Encontre o comprimento de onda da linha de $H\alpha$ emitida pela galáxia e observada na Terra. O comprimento de onda de repouso é 6565 \AA .

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda - 6565 \text{ \AA}}{6565 \text{ \AA}} = \frac{3 \times 10^6 \text{ m/s}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}}$$

$$\lambda = 6565 \text{ \AA} \cdot 1 \times 10^{-2} + 6565 \text{ \AA} = 6630 \text{ \AA}$$

(d) Explique sucintamente a origem dos espectros: contínuo, linhas de emissão, e linhas de absorção.

Contínuo: Radiação de corpo negro da superfície da estrela

Emissão: Emissão de um gás quente e rarefeito

Absorção: Emissão de uma fonte contínua absorvida por um gás denso e frio

Formulas e Constantes:

1'' (segundo de arco) = $1/200000$ rad.

1' (minuto de arco) = $1/3400$ rad.

1 pc = 3×10^{18} cm

1 UA = 1.5×10^{13} cm

Velocidade da luz, $c = 3 \times 10^8$ m s⁻¹

Constante de Boltzman, $k = 1.38064 \times 10^{-23}$ m² kg s⁻² K⁻¹.

Constante de Planck, $h = 6.6260 \times 10^{-34}$ m² kg s⁻¹.

Luminosidade estelar: $L = 4 \pi d^2 F(d)$

Movimento oscilatório: $v = \omega r$, $\omega = 2\pi/P$

Efeito Doppler: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$