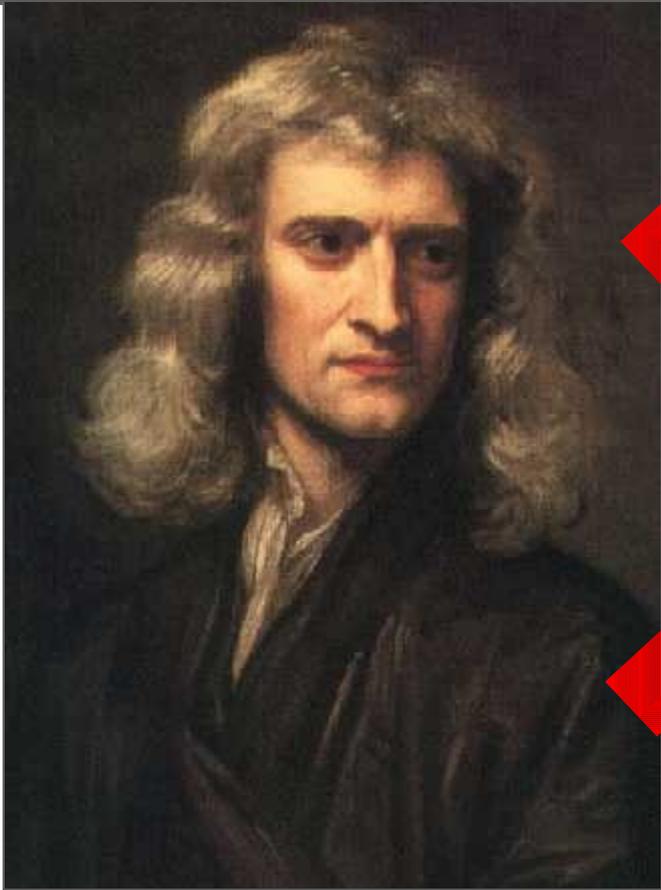


Distribuição de Energia e Linhas Espectrais (Cap. 5)

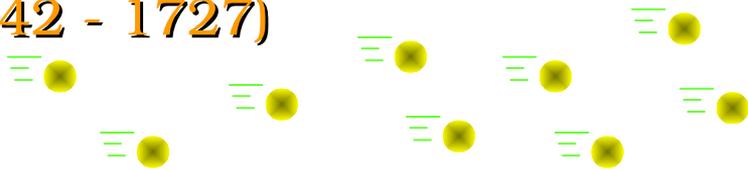
FIS004

Gustavo Guerrero

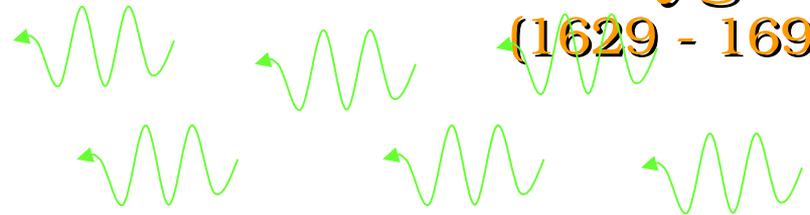
- **Introductory Astronomy & Astrophysics, M. Zeilek, S. A. Gregory & E. v. P. Smith (Cap. 2)**
- **Apostila, J. Gregorio-Hetem, V. Jatenco-Pereira, C. Mendes de Oliveira (www.iag.usp.br/~dalpino/aga215)**
- **Agradecimentos Elisabete Dal Pino**



Isaac Newton
(1642 - 1727)



Christian Huygens
(1629 - 1695)





EMPATE

luz tem comportamento dual

Luz

Uma onda viajando no espaço



Uma onda eletromagnetica:

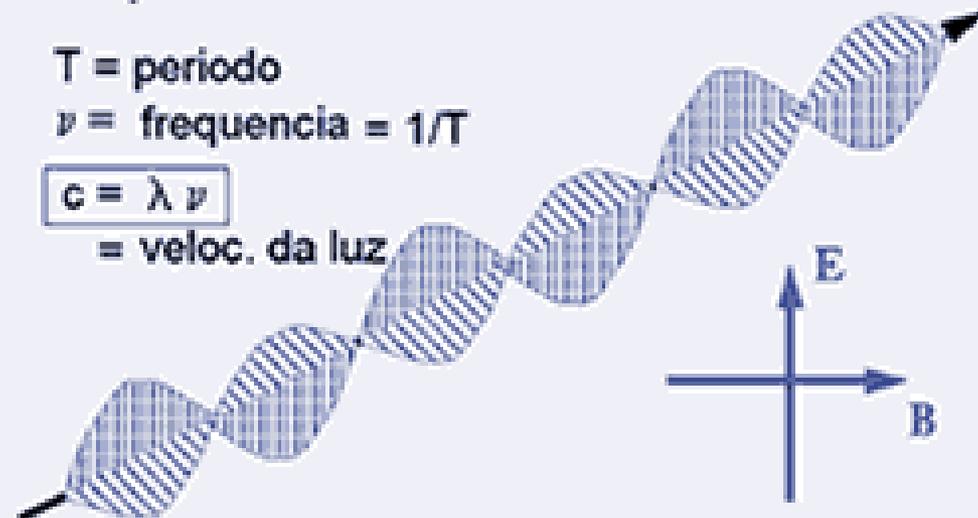
Campos E e B oscilantes

T = periodo

ν = frequencia = $1/T$

$$c = \lambda \nu$$

= veloc. da luz



Radiação Eletromagnética

- Veremos como determinar temperatura T a partir da radiação emitida
- Qualquer objeto a T : emite radiação
 - Exs: Sol, corpo humano, ferro aquecido (cores vermelha, azul, branca)

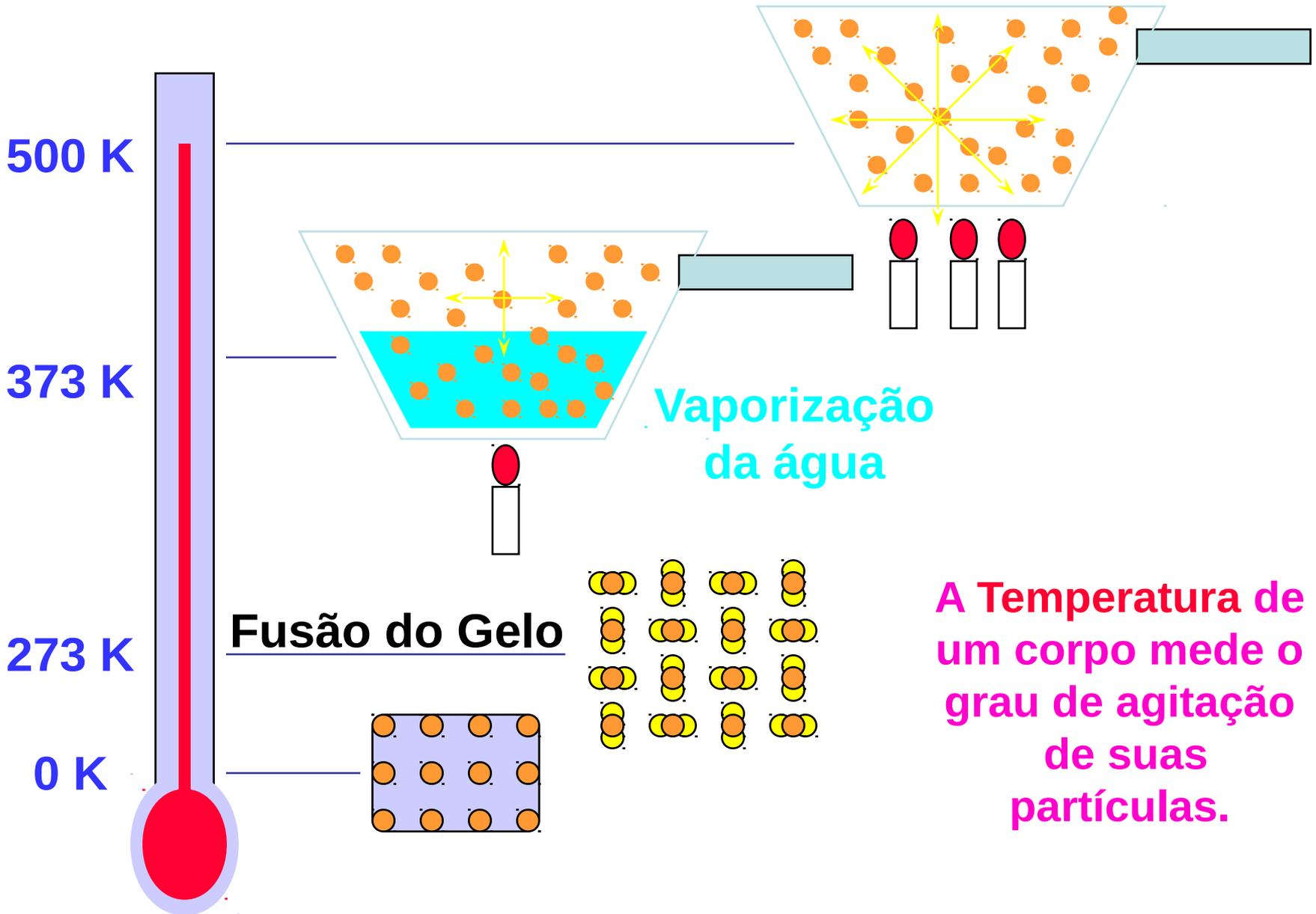
Teoria da Radiação

- **1859-60** - físicos encontraram um problema:

como descrever matematicamente como um corpo aquecido irradia energia, isto é: **quanto ele emite em cada comprimento de onda?**

Corpos irradiam porque: partículas carregadas microscópicas neles – constante movimento randomico e sempre que **cargas mudam seu estado de movimento (aceleram): produzem radiação !**

Temperatura



Teoria da Radiação

Idealização Matemática:

o corpo negro → definido por Kirchhoff

Objeto que absorve toda luz que incide sobre ele, sem refletir e nem emitir nada da radiação → **objeto é negro.**

Corpo negro: em estado termico estacionario: objeto re-emite a mesma quantidade absorvida

Tal corpo é um *absorvedor perfeito* e também um *emissor perfeito* → **EQUILIBRIO TERMODINAMICO**

→ **Corpo negro: emite radiação** e a distribuição desta radiação caracterizada por uma única **TEMPERATURA**

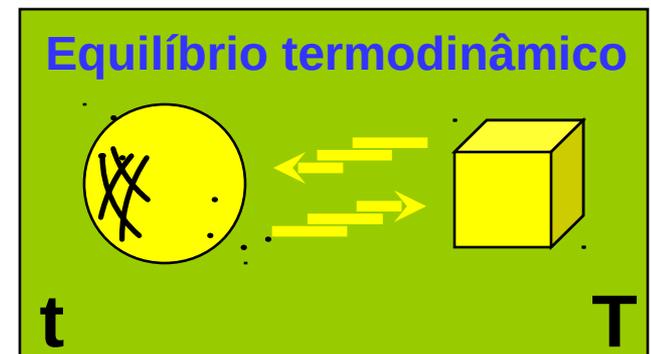
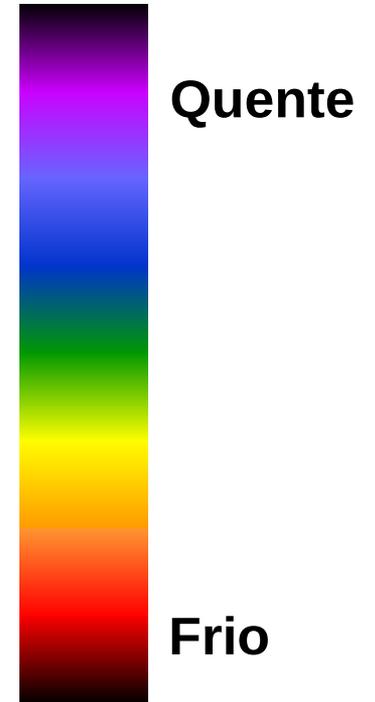
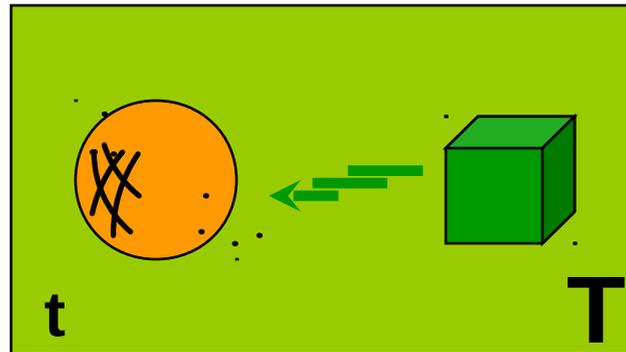
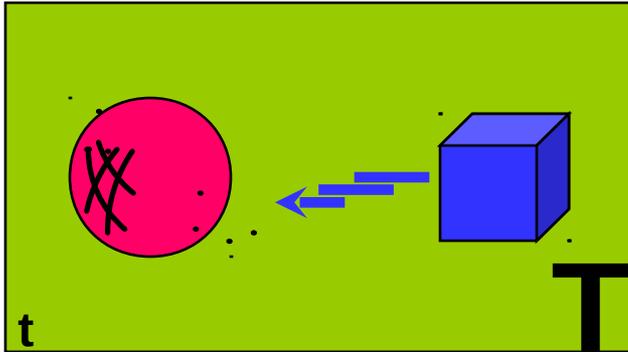
Corpo Negro

- Nenhum objeto realmente absorve e re-emite como **Corpo Negro** → **idealização matemática**

Mas 

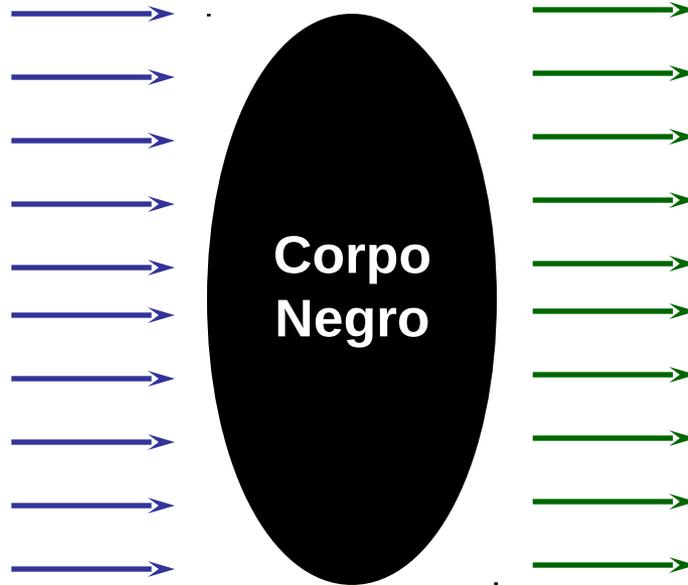
- **Radiação de corpo negro**: boa aproximação para **comportamento real** de muitos objetos:
→ **quando em equilíbrio termodinâmico**
(propriedades térmicas não mudam com o tempo)

Equilíbrio Termodinâmico



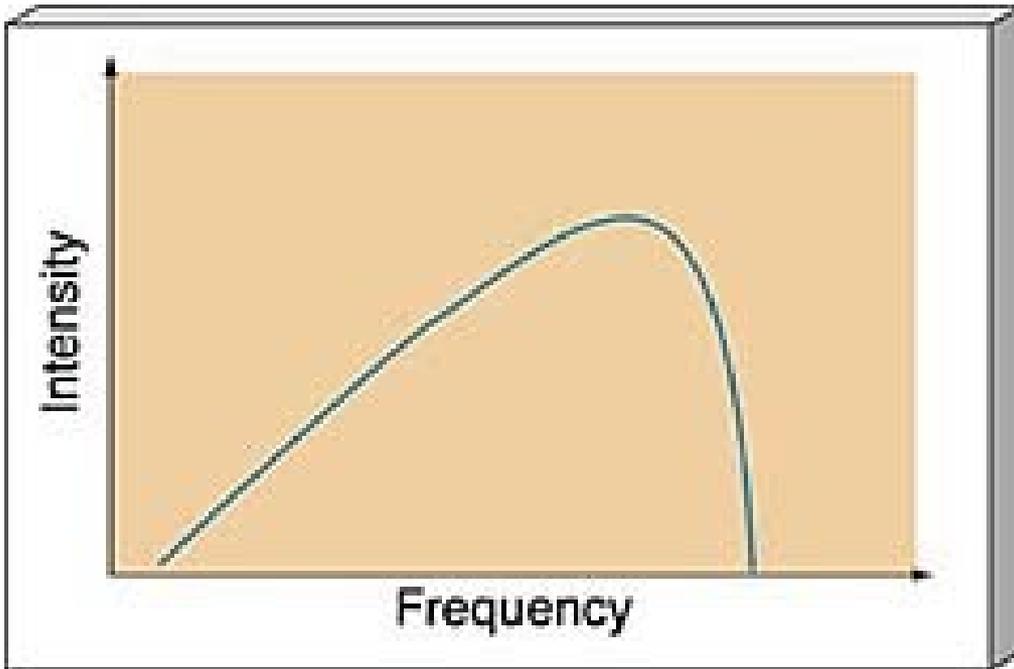
Estrela como Corpo Negro

**Absorve toda
a energia que
possa incidir
sobre ele**



**Emite toda
a energia**

Radiação de Corpo Negro - Curva de Planck



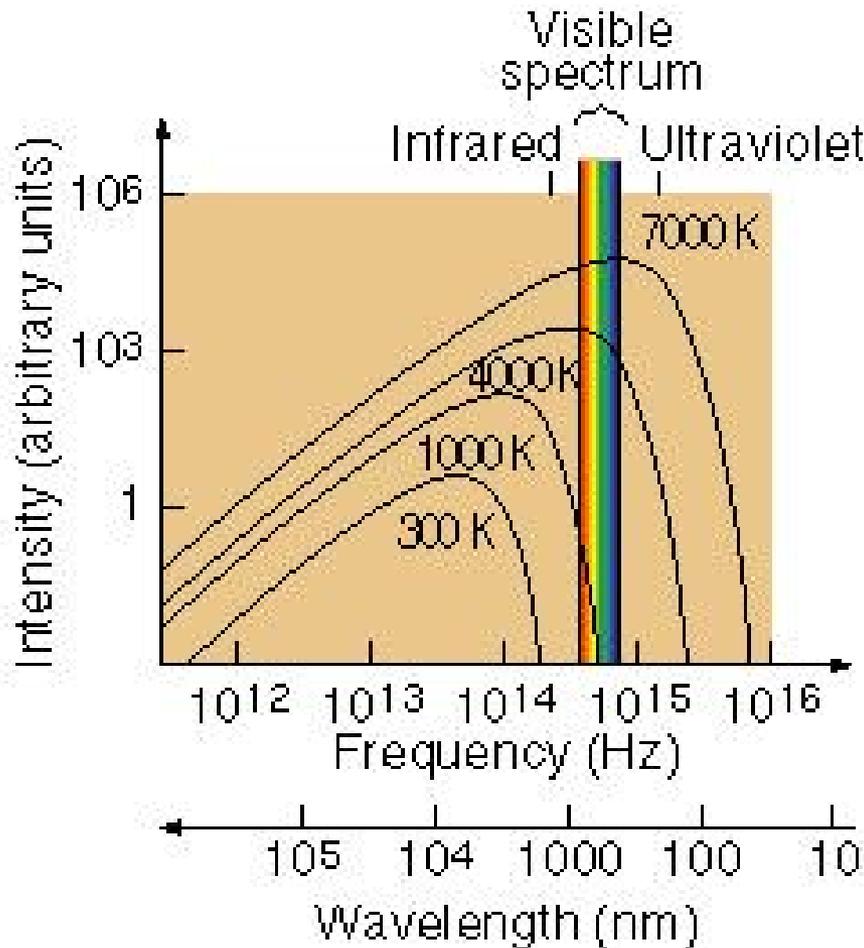
Definição **corpo negro**

⇒ objeto caracterizado por uma temperatura **T**, supondo que suas paredes reabsorvam a radiação emitida

⇒ supõe-se um estado de equilíbrio termodinâmico (propriedades constantes no tempo).

A altura da curva de distribuição de energia do corpo negro define a frequência correspondente ao máximo de intensidade.

Radiação de Corpo Negro



Para direita:

ν pico $>$ I maxima

Objetos quentes: luz visível (estrelas, torradeiras)

Objetos frios: radiação invisível, perceptível pelo calor (aquecedores caseiros, rochas)

Se T do objeto cresce: desloca-se para o lado azul do espectro (direito)

Ex.: **aqueçamos um pedaço de metal:**

1. torna-se quente sem mudar de aparência;
2. com T crescente: torna-se **vermelho – laranja – amarelo – branco** \rightarrow deslocou pico para:

**ν $>$ à medida que T cresce
(T passou de 300 K a 4000 K)**

Radiação de Corpo Negro - Curva de Planck (1848-1947)

Radiação de corpo negro \Rightarrow variação da **intensidade em função da frequência ν**

\Rightarrow **Função de Planck** $I_\nu = B_\nu(T) = \frac{2 h \nu^3}{c^2} \frac{1}{\left[e^{h\nu/kT} - 1 \right]}$ [erg cm⁻²s⁻¹Hz⁻¹sr⁻¹]

$h =$ cte. de Planck = $6,63 \times 10^{-27}$ erg . s, $h\nu = E$ de 1 foton

$k =$ cte. de Boltzmann = $1,38 \times 10^{-16}$ erg K⁻¹

Em termos de λ : usando que $I_\nu d\nu = I_\lambda d\lambda$ e **$\nu\lambda = c$**

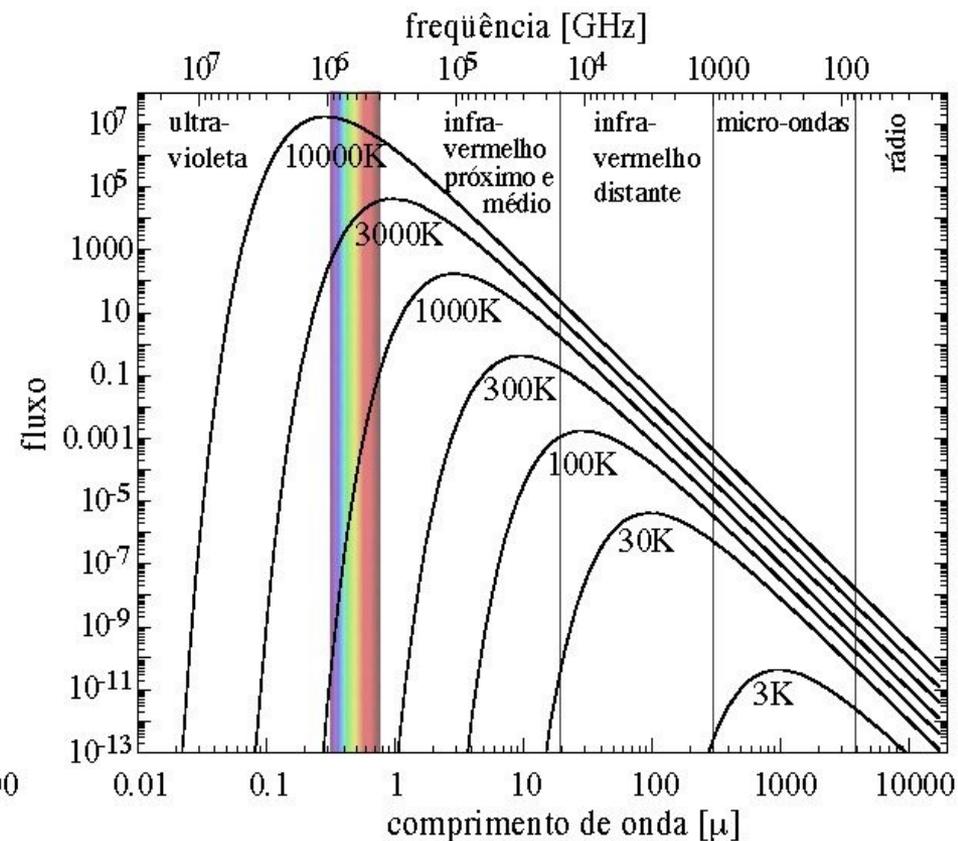
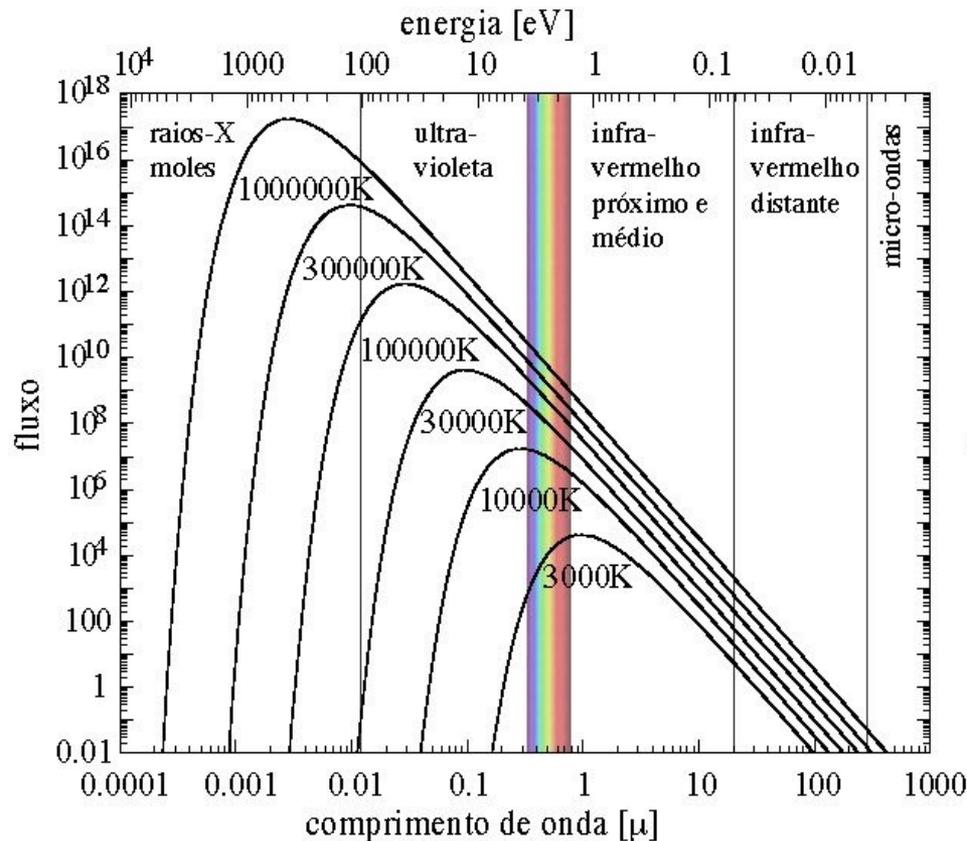
$$B_\lambda(T) = \frac{2 h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{\left[e^{hc/\lambda kT} - 1 \right]}$$
 [erg cm⁻²s⁻¹Å⁻¹sr⁻¹]

Radiação de Corpo Negro

- Intensidade, $I(\nu, T)$ corresponde ao espectro de corpo negro para uma dada temperatura.

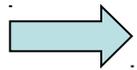
$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\left[e^{hc/\lambda kT} - 1 \right]}$$



Fluxo proveniente de uma estrela

Consideramos que ESTRELA emite como um corpo negro:



integral da função de Planck no ângulo sólido observável (apenas meia esfera)

$$F_{\nu} = \int I_{\nu} \cos \theta \, d\omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\nu} \cos \theta \, \sin \theta \, d\theta \, d\Phi$$

$$F_{\nu} = \pi B_{\nu}(T)$$

$B_{\nu}(T) = I_{\nu}(T)$ do corpo negro

F_{ν} é dado em $\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{Hz}^{-1}$

Lei de Wien

Determinação do comprimento de onda onde ocorre o máximo de intensidade (I_{\max})

$\Rightarrow \lambda_{\max}$ obtido pela derivada $\frac{d I_{\lambda}}{d\lambda} = 0$

Lei de Wien, usualmente expressa por

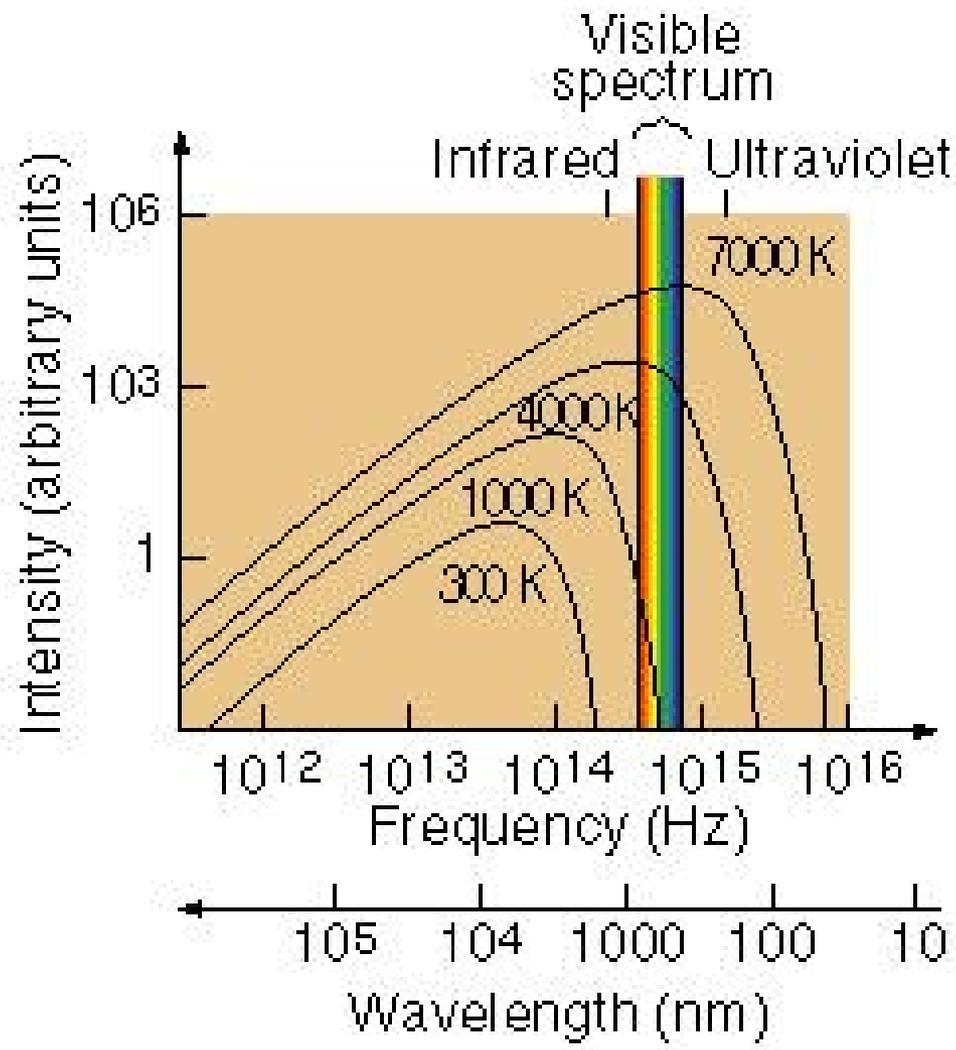
$$\lambda_{\max} (cm) = \frac{0,29}{T (K)}$$

Em termos da frequência: $h \nu_{\max} = 2,821 k T$

Sol ($T_{\text{ef}} \sim 5800 \text{ K}$) $\Rightarrow \lambda_{\max} \sim 500 \text{ nm}$ (região do visível).

Antares (gigante vermelha, $T_{\text{ef}} \sim 3000 \text{ K}$) $\Rightarrow \lambda_{\max} \sim 1 \mu\text{m}$ (região do infravermelho).

Sirius (gigante azul, $T_{\text{ef}} \sim 10000 \text{ K}$) $\Rightarrow \lambda_{\max} \sim 290 \text{ nm}$ (região do ultravioleta).

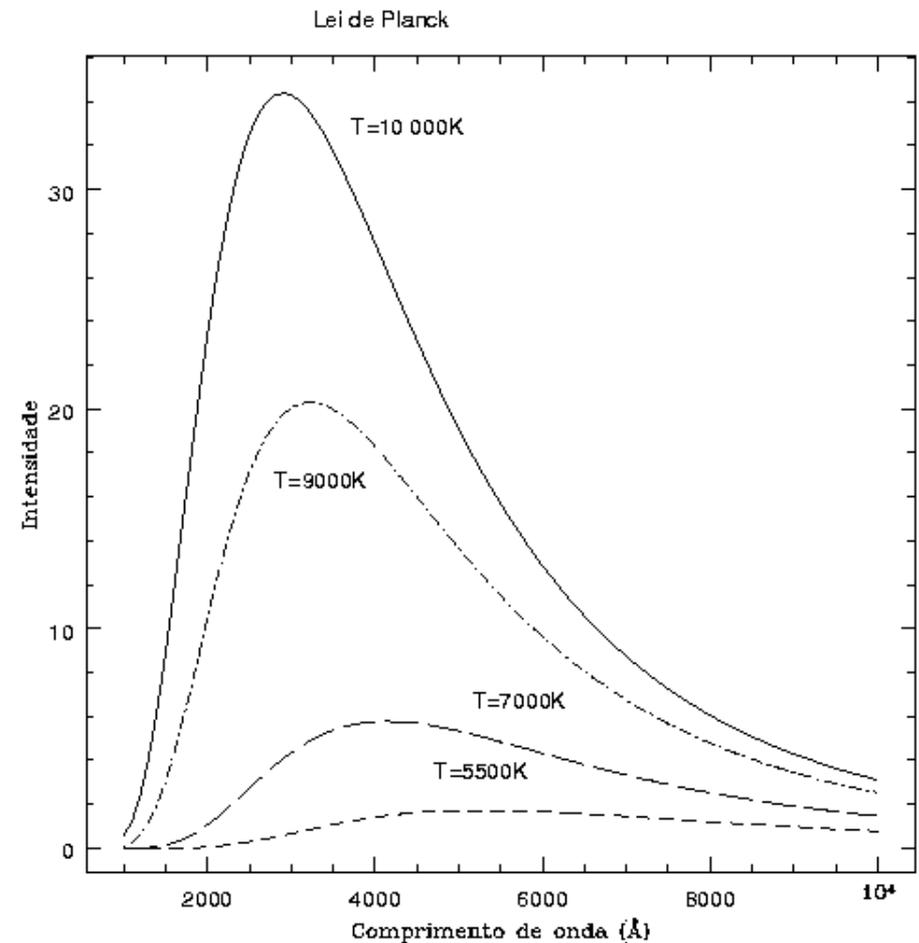
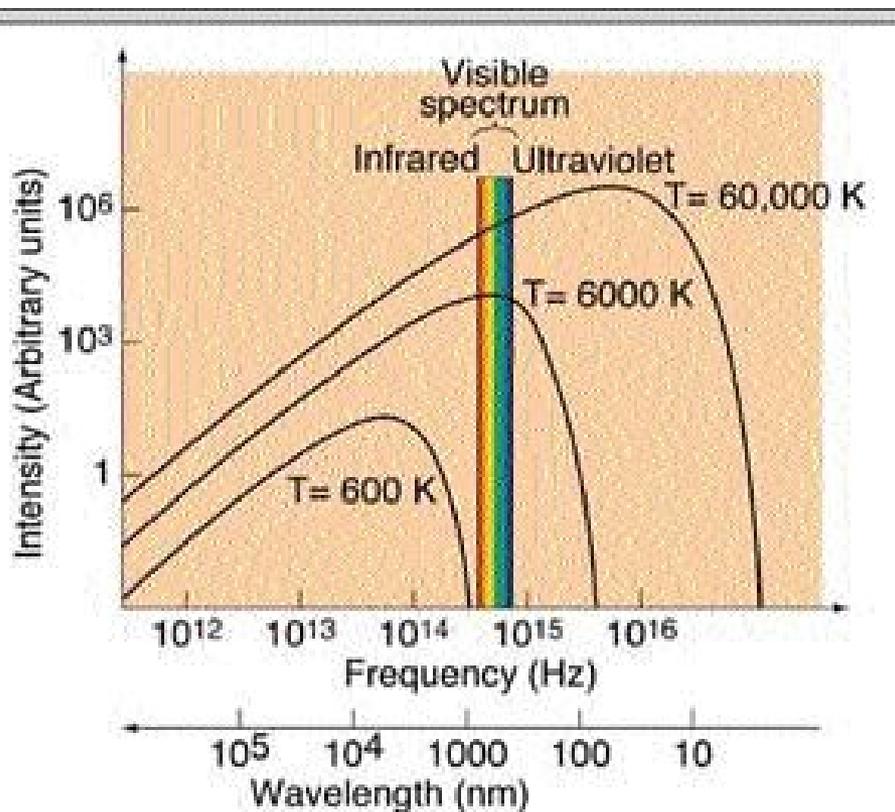


Lei de Wien

A frequência correspondente ao máximo de intensidade aumenta com T

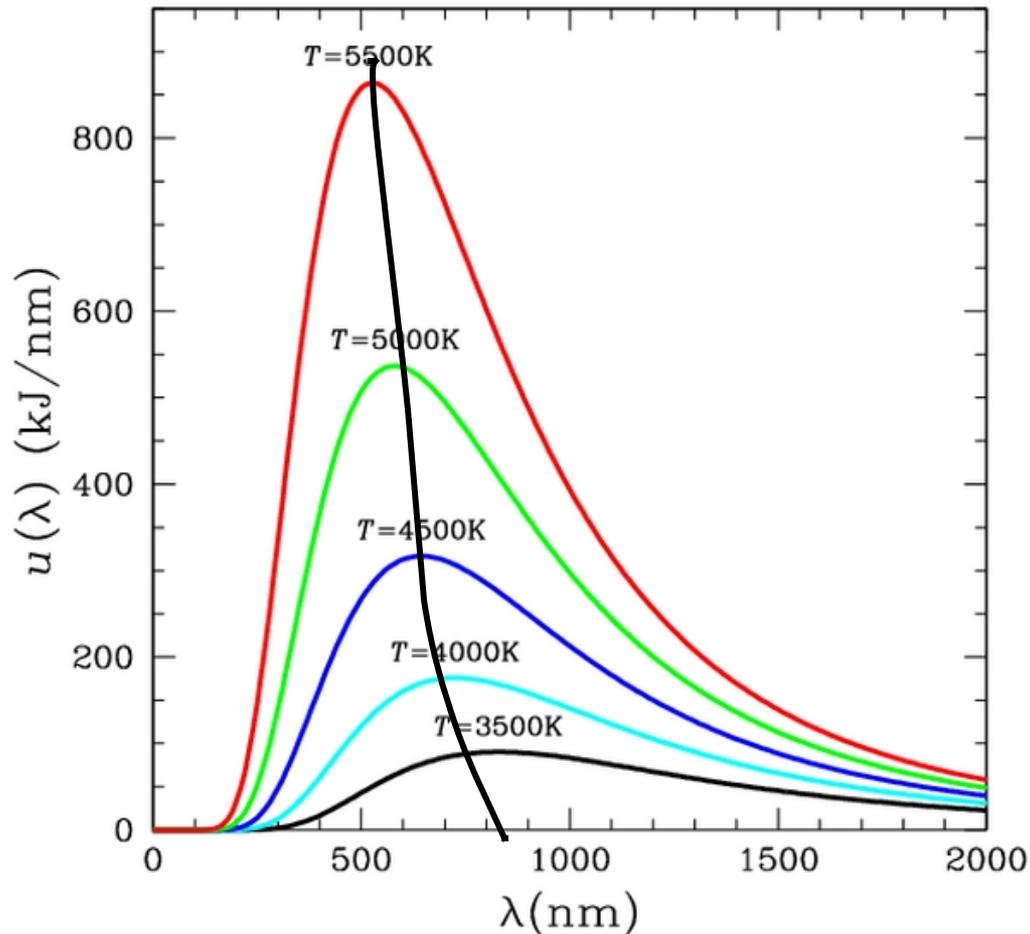
$$h \nu_{\max} = 2,821 kT$$

$T \uparrow; \nu \uparrow; I \uparrow$



Lei de Wien

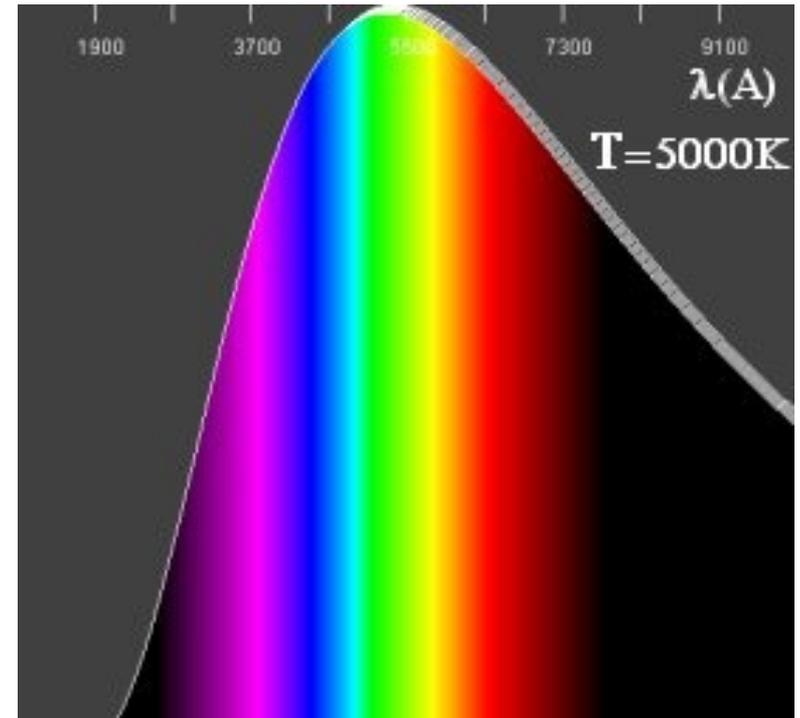
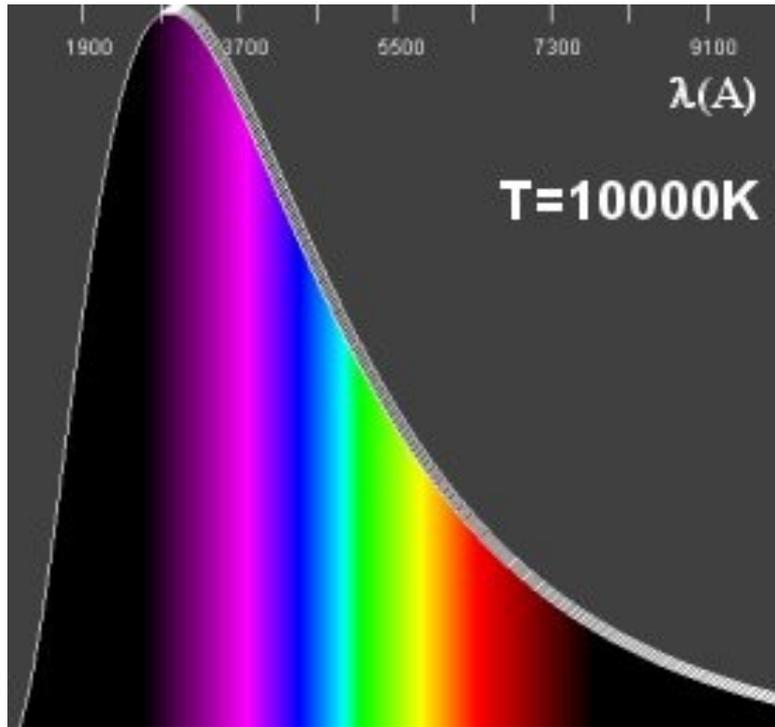
- Lei de Wien (descoberta em 1893): relação entre o comprimento de onda onde a emissão é máxima e a temperatura do corpo negro.



$$T \times \lambda_{\text{max}} = 2,898 \times 10^6 \text{ K} \times \text{nm}$$

- Por exemplo:
 - $T = 50000 \text{ K}$
 $\lambda_{\text{max}} = 580 \text{ \AA}$
 - $T = 5000 \text{ K}$
 $\lambda_{\text{max}} = 5800 \text{ \AA}$
 - $T = 310 \text{ K (37}^\circ\text{C)}$
 $\lambda_{\text{max}} = 9,3 \text{ }\mu$
 - $T = 2,7 \text{ K}$
 $\lambda_{\text{max}} = 1,1 \text{ mm}$

Estudando o espectro da estrela, podemos descobrir qual cor é mais fortemente irradiada



⇒ calculamos a temperatura pela **Lei de Wien**

$$\lambda_{\text{máx}} \times T = 0,290 \text{ cm.K}$$

Aproximações da Lei de Planck

- **Distribuição de Wien:** nos casos de altas frequências, e temperaturas não muito elevadas :

$$\frac{h\nu}{kT} \gg 1 \rightarrow \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} \gg 1 \right)$$

$$B_\nu = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \cdot e^{-h\nu/kT}$$

- **Distribuição de Rayleigh-Jeans:** nos casos de baixas frequências, e temperaturas não muito baixas:

$$\frac{h\nu}{kT} \ll 1 \rightarrow \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT} \right)$$

$$B_\nu = \frac{2\pi \nu^2 kT}{c^2}$$

Lei de Stefan – Boltzmann

A integral da função F_ν sobre todas as frequências ν , determina a energia total por area emitida por unidade de tempo (area sob a curva de Planck):

$$F = \int F_\nu d\nu = \sigma T^4 \quad [\text{J s}^{-1} \text{ m}^{-2}]$$

$\sigma = 5,67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}$: constante de Stefan – Boltzmann.

Demonstremos:

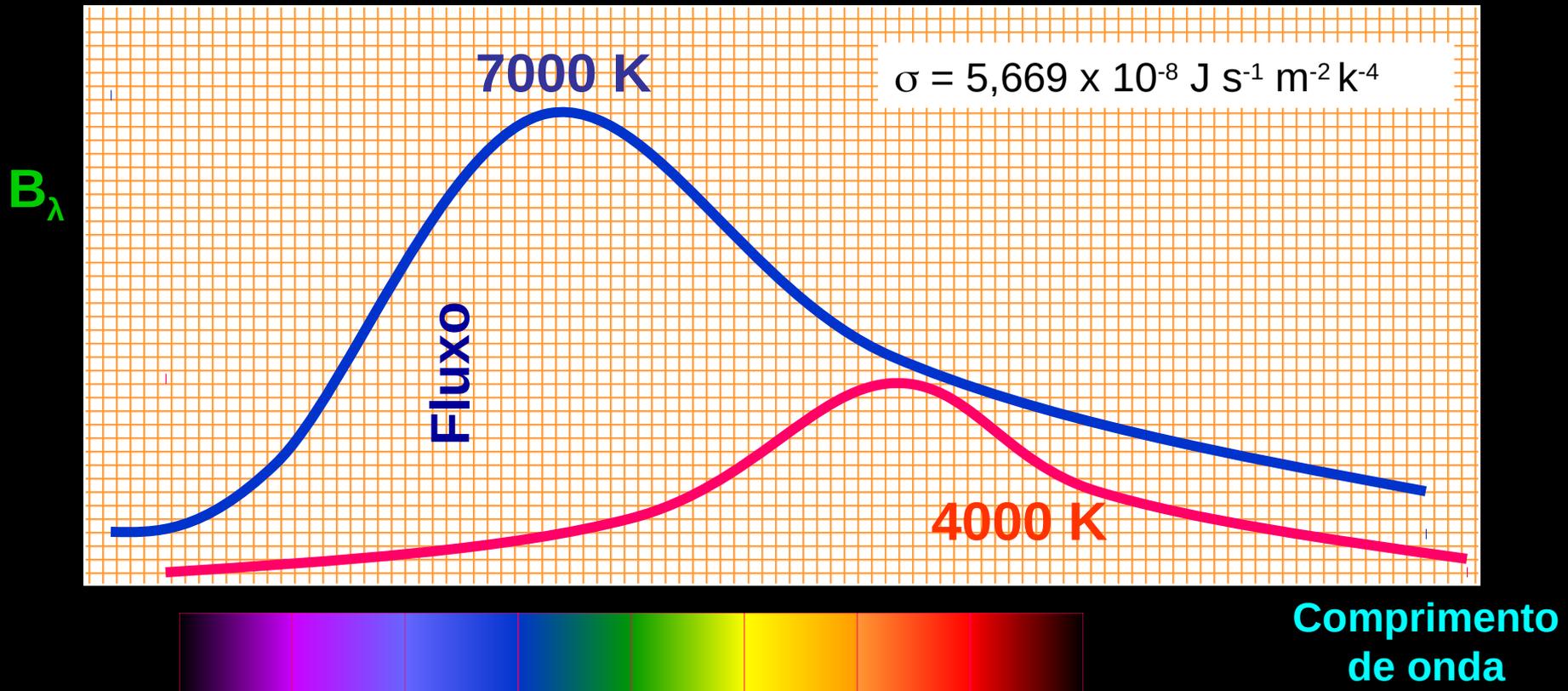
$$F = \frac{2\pi h}{c^2} \int \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \Rightarrow \text{chamando } \eta = \frac{h\nu}{kT}, \quad d\eta = h d\nu / kT$$

$$\rightarrow F = \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{kT}{h} \right)^4 \int_0^\infty \frac{\eta^3}{e^\eta - 1} d\eta$$

que resulta em

$$F = \frac{2\pi^5 k^4}{15 h^3 c^2} T^4 \equiv \sigma T^4$$

Lei de Stefan - Boltzmann



$$F = \sigma T^4$$

Lei de Steffan-Boltzmann e o Raio Estelar

A luminosidade de uma estrela:

$$F(R_i) = \frac{L_i}{4 \pi R_i^2}$$

Mas para um corpo negro:

$$F(R_i) = \sigma T_i^4$$

$$\rightarrow L_i = 4 \pi R_i^2 \sigma T_i^4$$

O raio da estrela é então expresso por (medindo T_i e L_i):

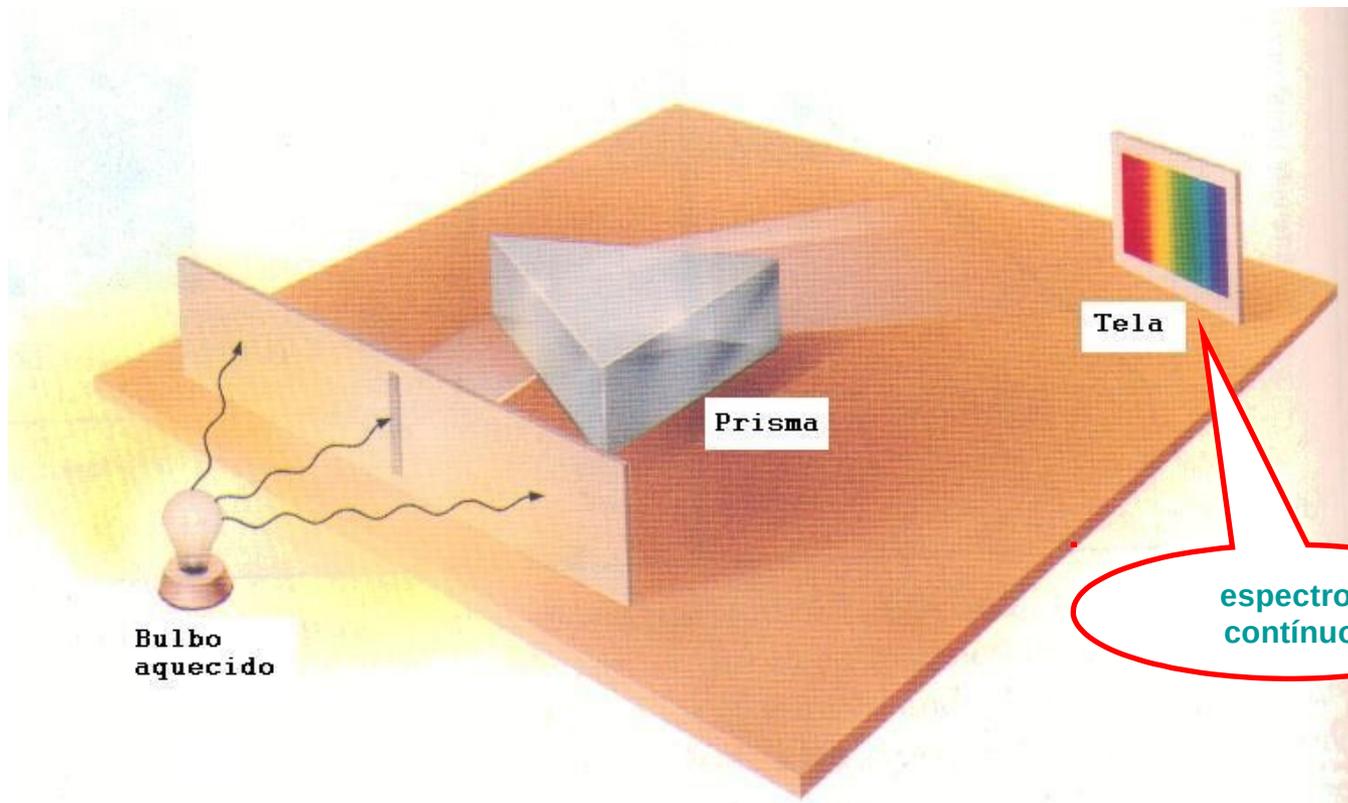
$$R_i = \left(\frac{L_i}{4 \pi \sigma T_i^4} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Linhas Espectrais

Emissão de radiação

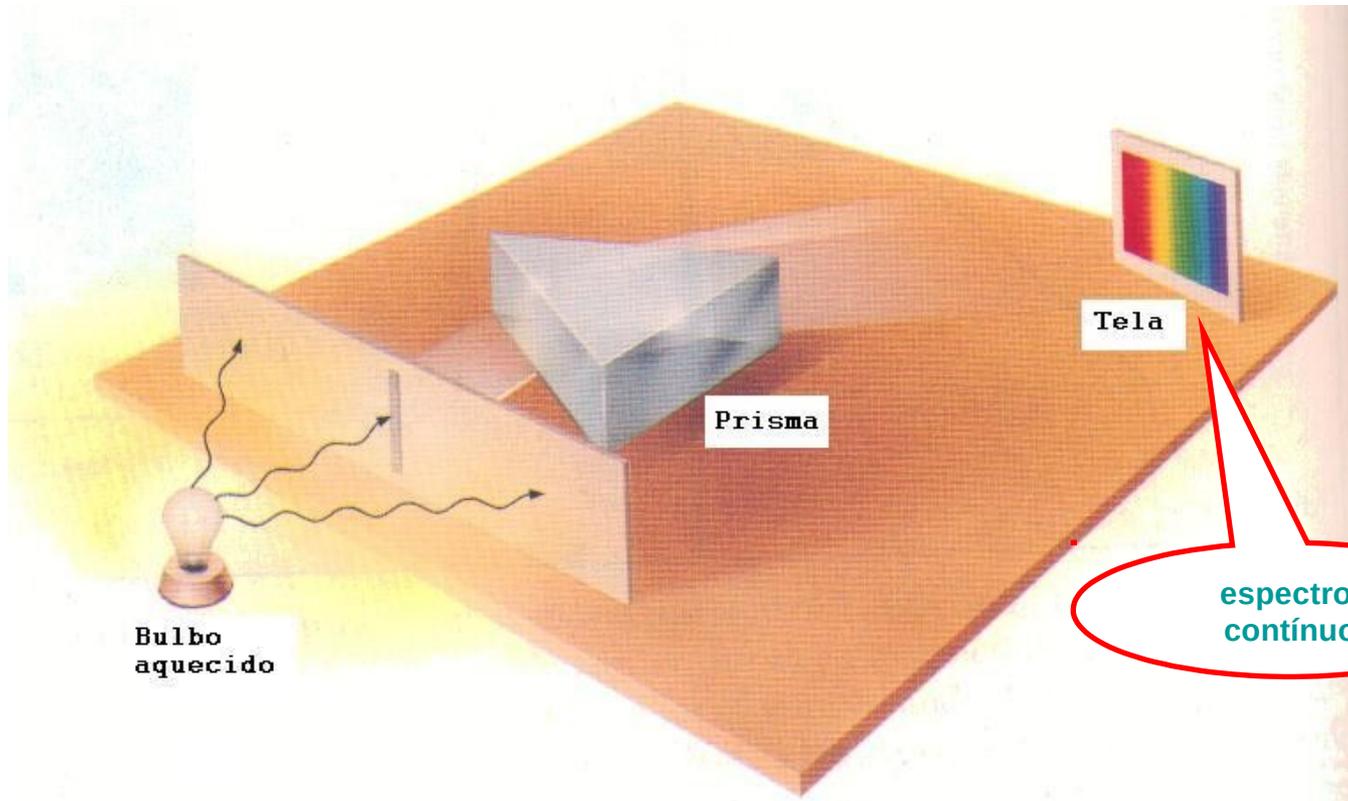
⇒ Qualquer corpo a uma dada temperatura T ⇒ intensidade e tipo (frequência) de radiação ⇒ dependem de T .

Radiação pode ser analisada por um ESPECTROSCOPIO:



Emissão de radiação

- ⇒ Até agora: vimos exs. de **espectro contínuo**:
Ex. luz da lampada - emite radiação de todos λ s com intensidade I_λ similar **corpo negro** - e possui **pico no visível**
- ⇒ **Atravessando espectroscópio: ESPECTRO de cores arco-iris: CONTINUO**

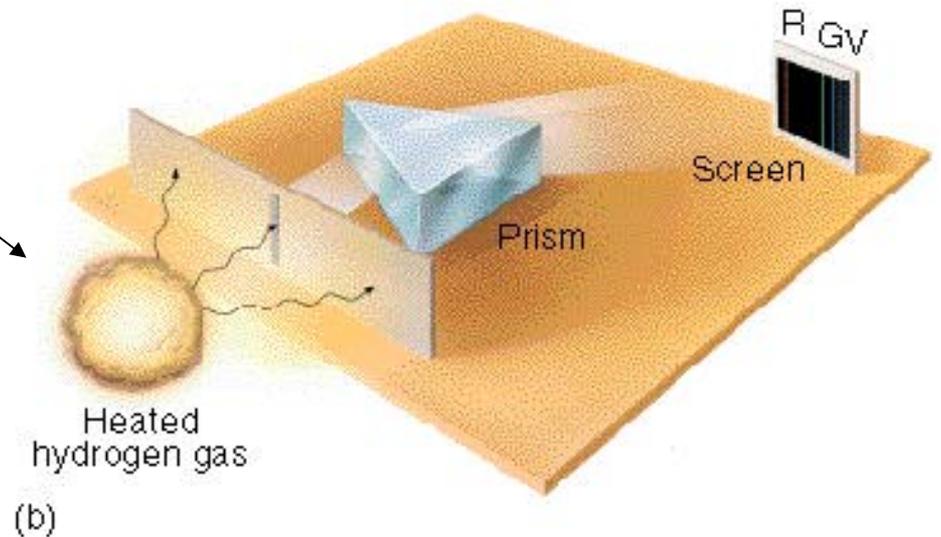
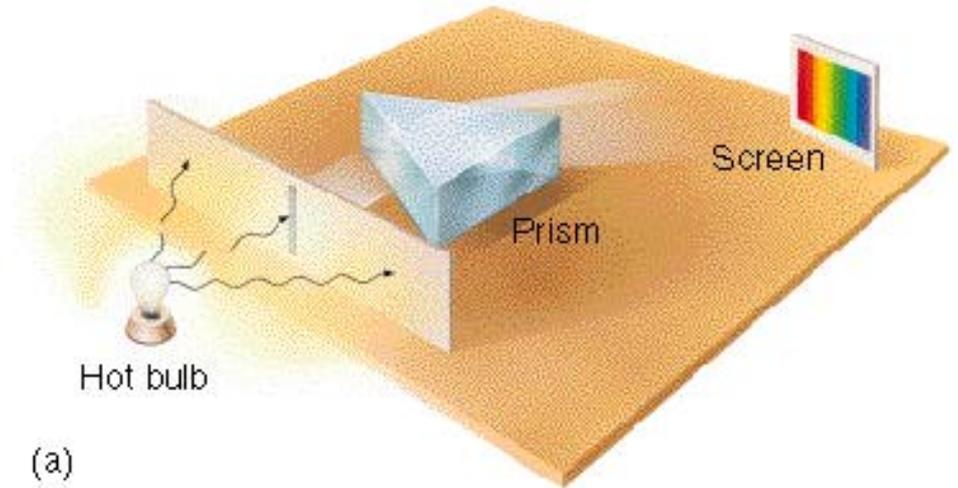


Espectro de Linhas

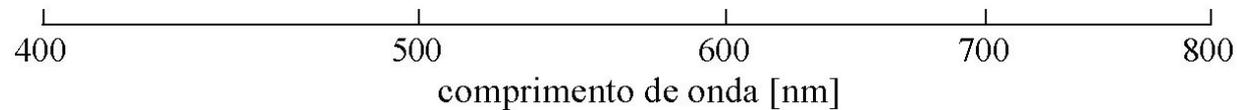
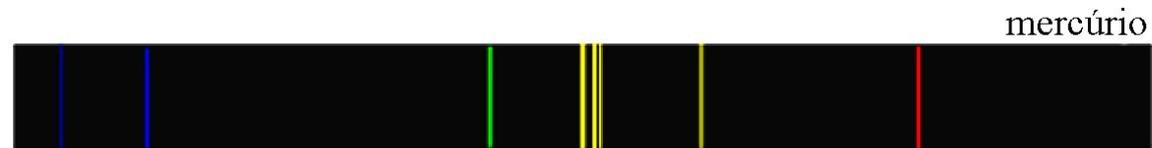
- Nem todo espectro: contínuo
- Ex.: em (b) recipiente de gas de H
 - passando carga elétrica sobre ele (similar a relampago na atmosfera)

– Gas é aquecido e emite:
espectro com poucas linhas brilhantes
superpostas a fundo escuro –

ESPECTRO DE LINHAS DE EMISSÃO



Linhas de emissao

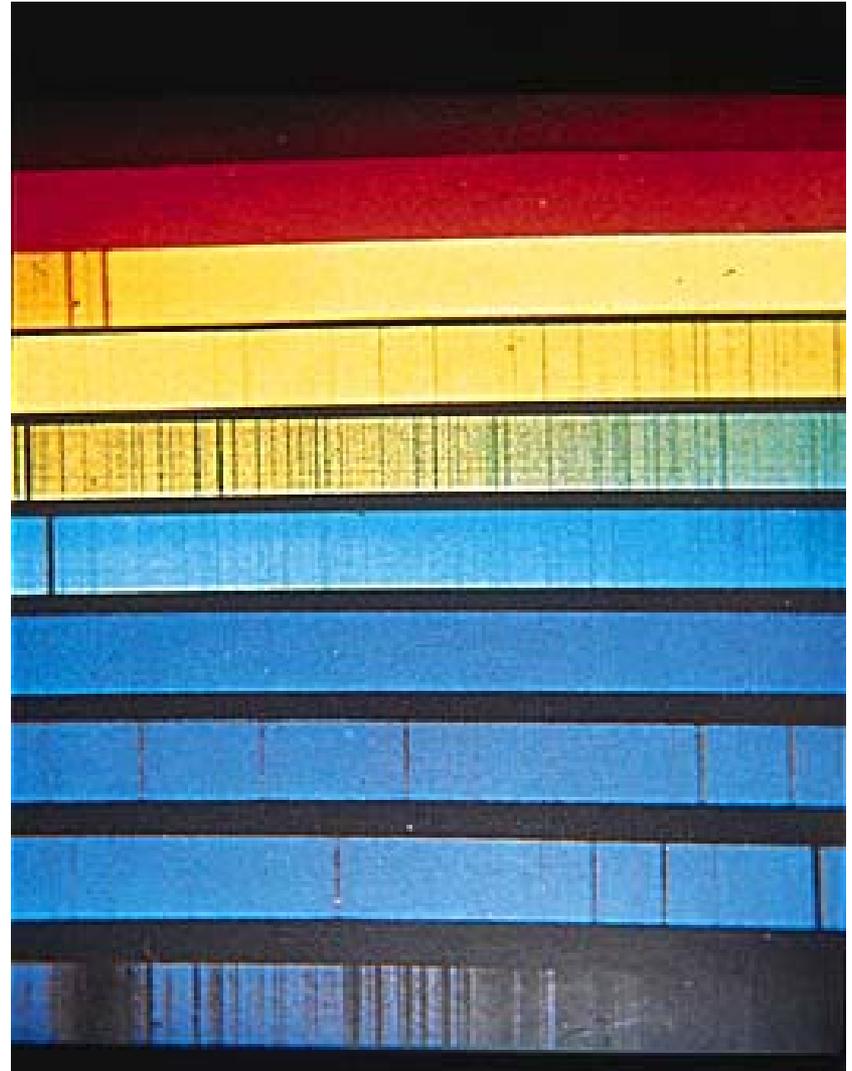


espectro de linhas de emissao
de diferentes elementos:

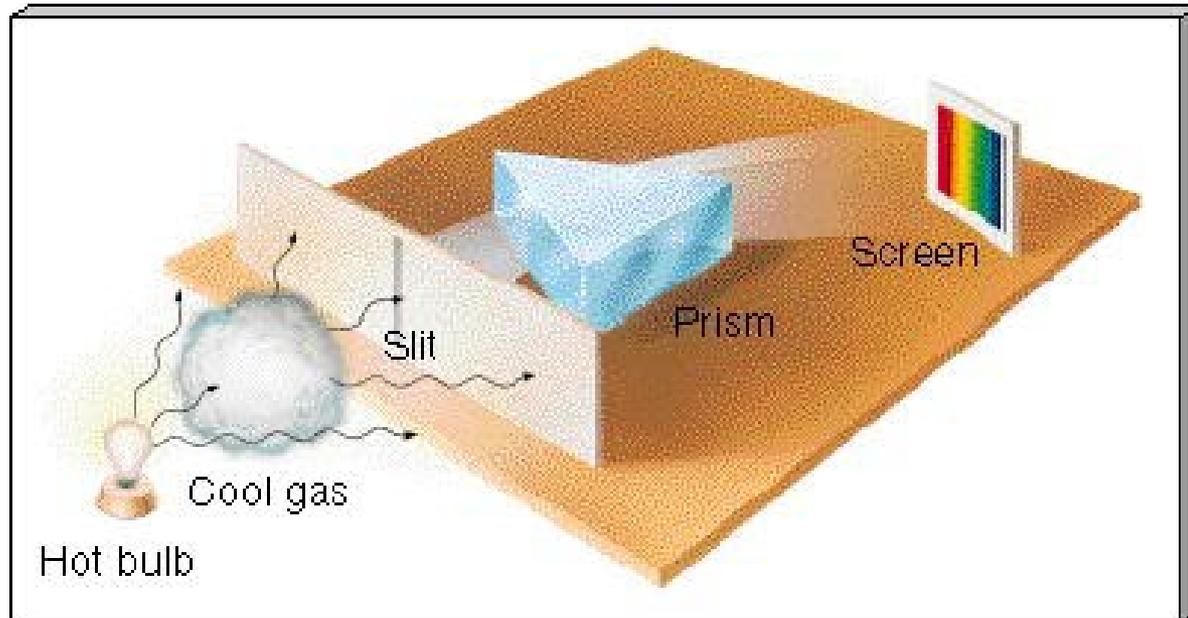
sao como impressoes digitais

Linhas de Absorção

- Luz solar dispersa em um prisma:
- Parece produzir **espectro contínuo**
- Análise + cuidadosa: **espectro interrompido por linhas estreitas escuras**
- Hoje sabemos: linhas escuras: λ s de luz absorvidos por gases nas camadas externas (atmosfera) do Sol
- Linhas escuras: **ESPECTRO de ABSORCAO**

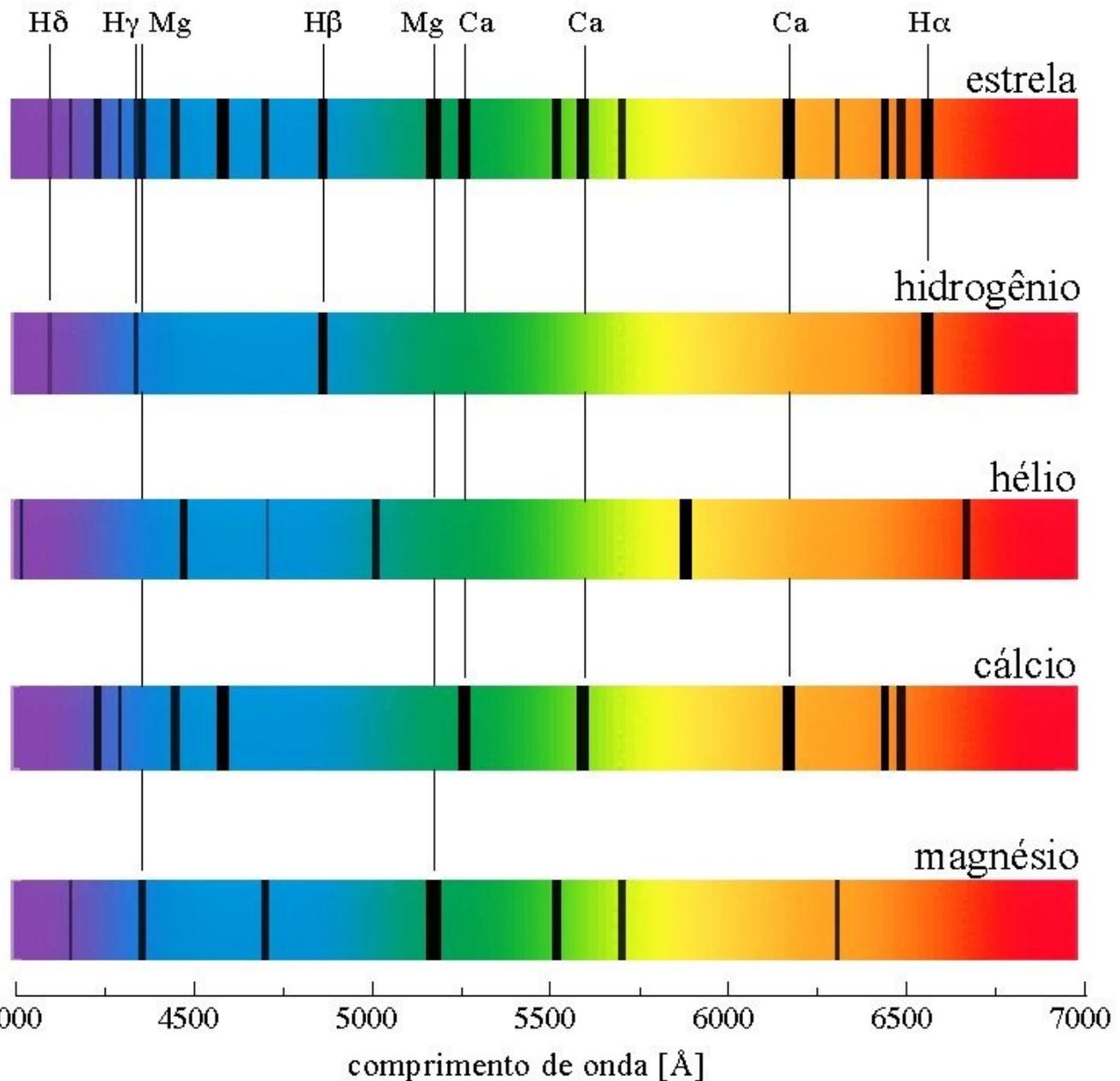


Linhas de Absorção



- **Tambem podem ser produzidas em laboratorio:**
Passando feixe de luz por gas frio: **linhas de absorção** produzidas nos mesmos λ s que linhas de emissão daquele gas

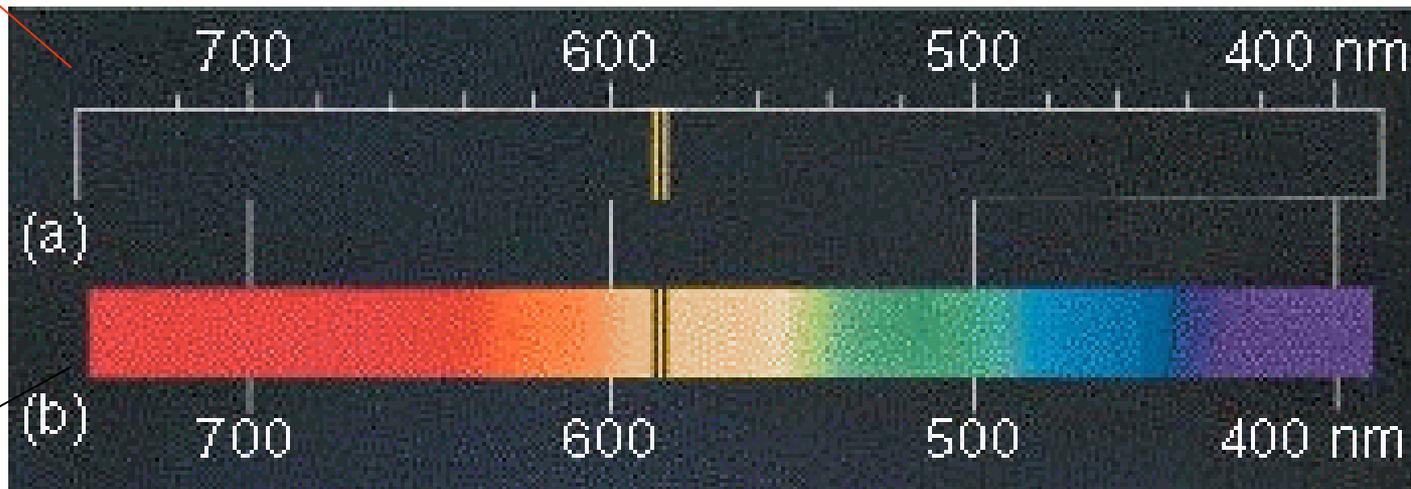
Linhas espectrais de Absorção



- O espectro de uma estrela é usado para determinar sua composição química.

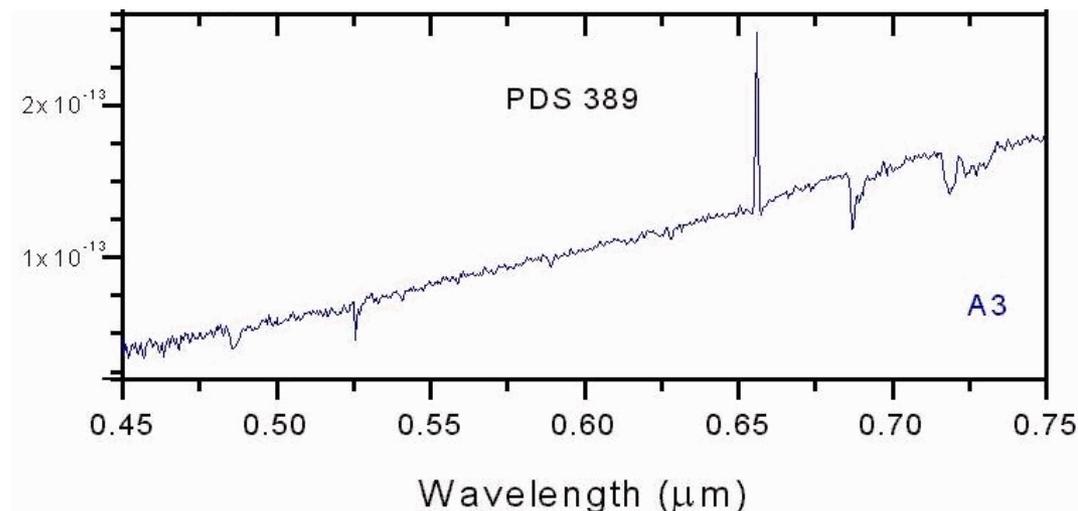
Espectro do Sódio

(a) O espectro de emissão do sódio: duas linhas brilhantes de emissão aparecem na parte amarela do espectro

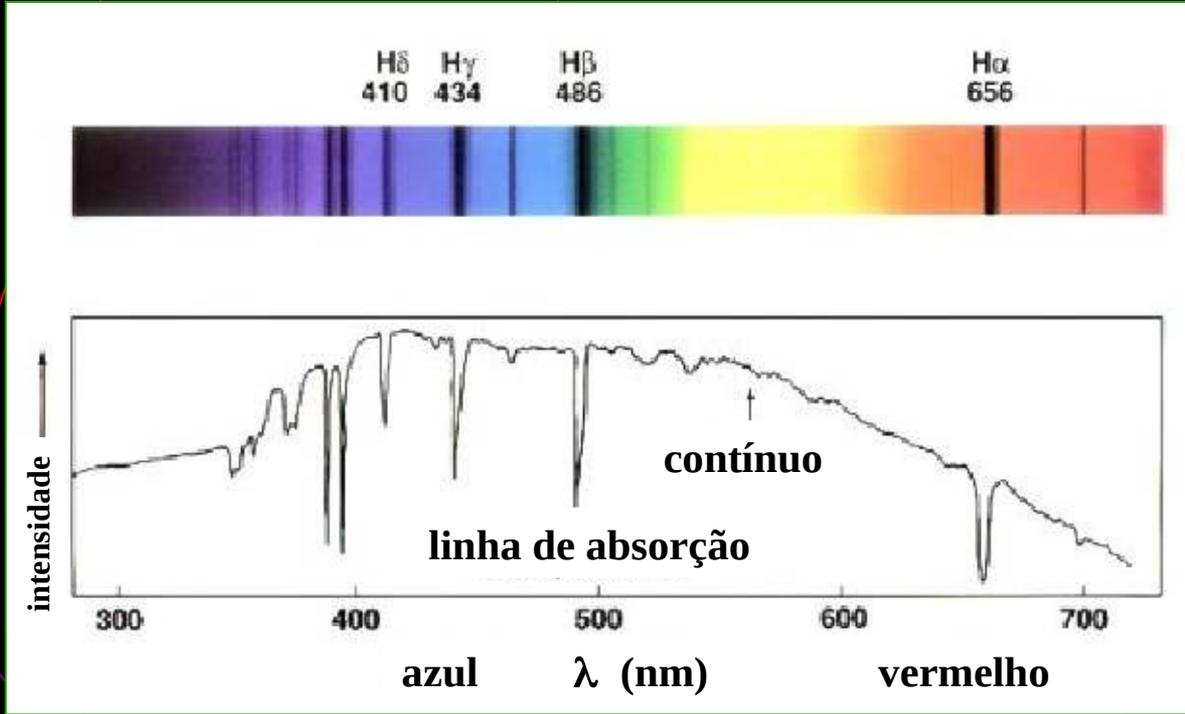
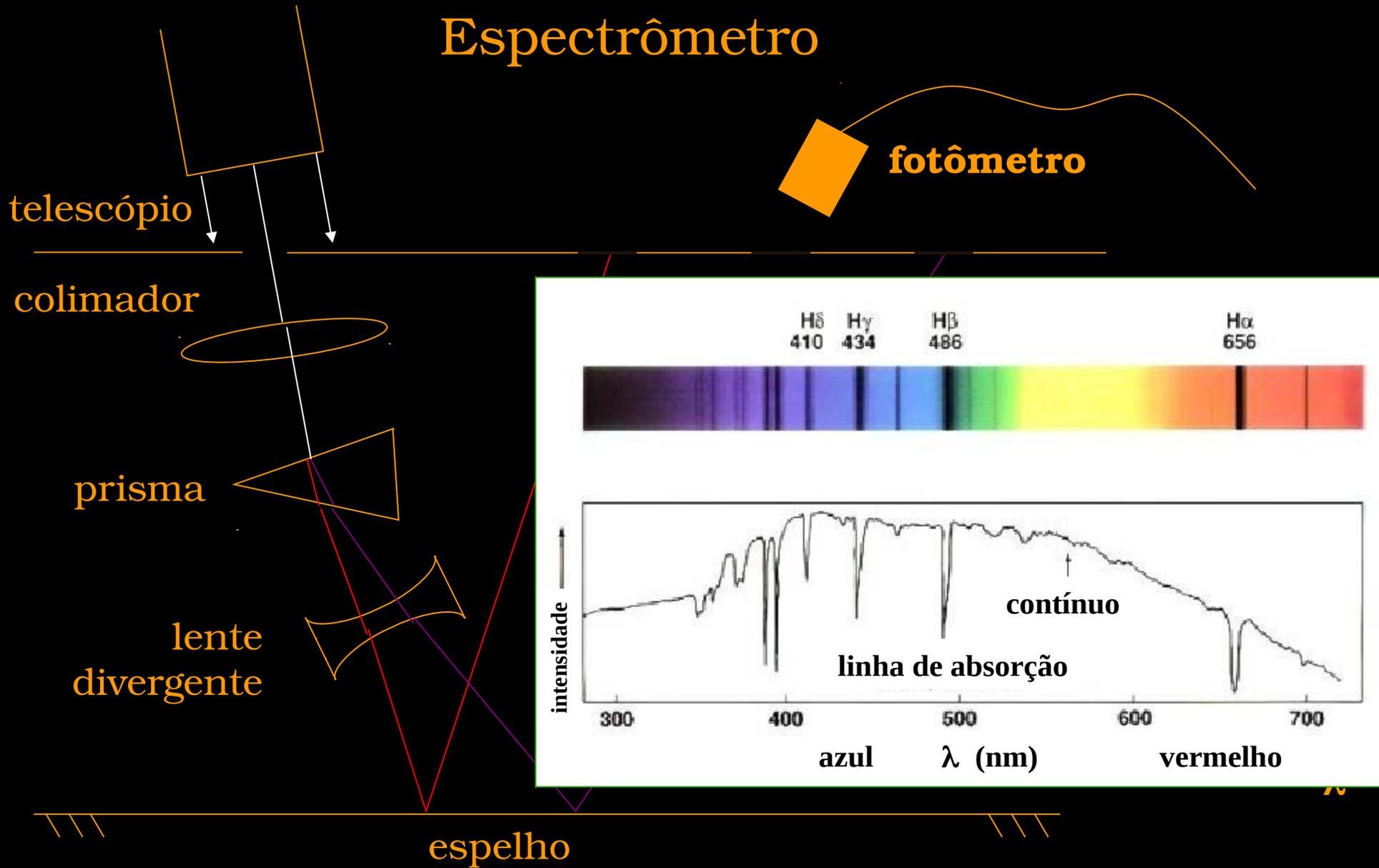


(b) Espectro de absorção do sódio: as duas linhas escuras aparecem na mesma posição das linhas de emissão.

Espectro da estrela PDS389, mostrando linhas de emissão e de absorção.

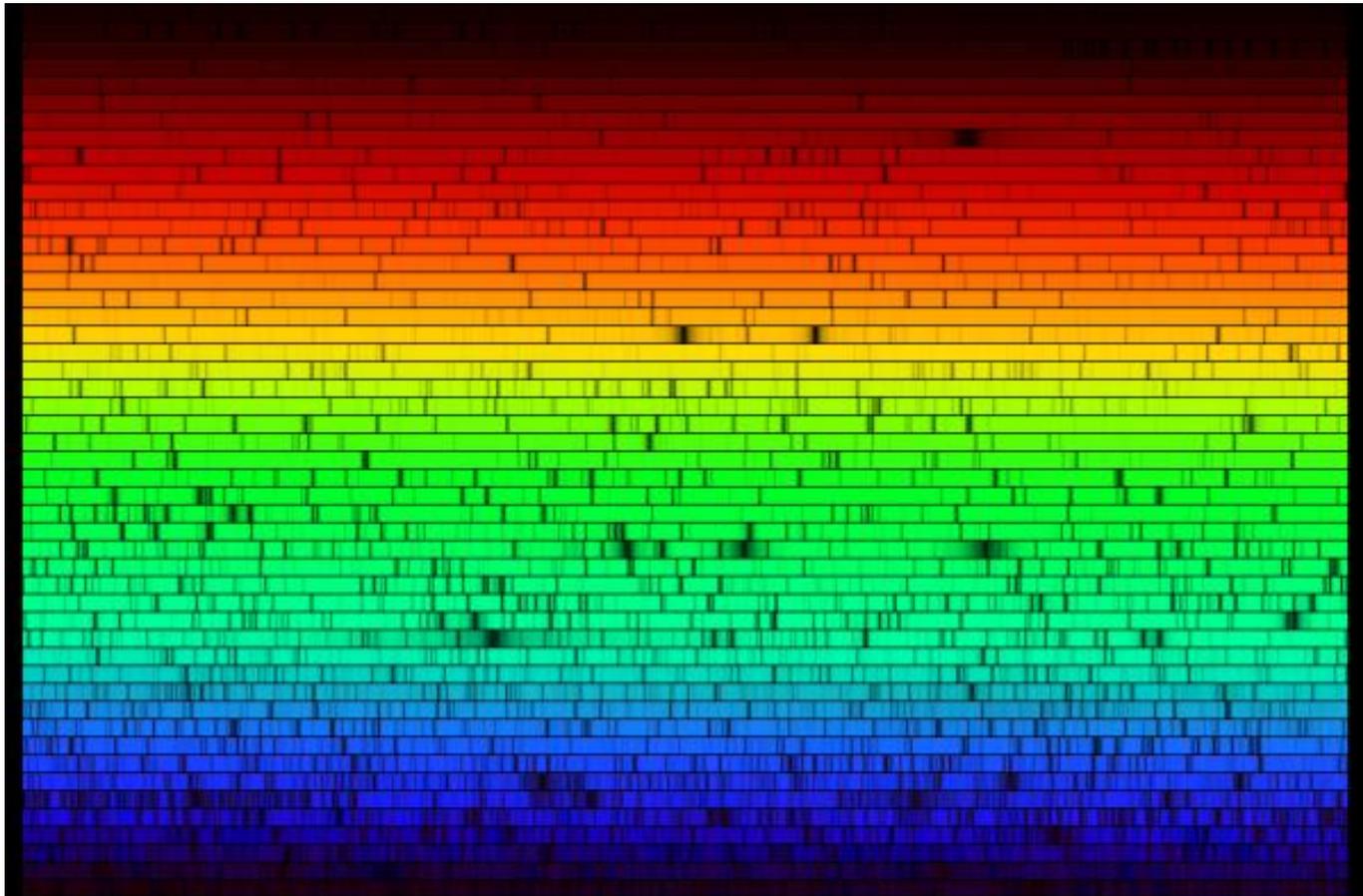


Espectrômetro



Espectro Solar

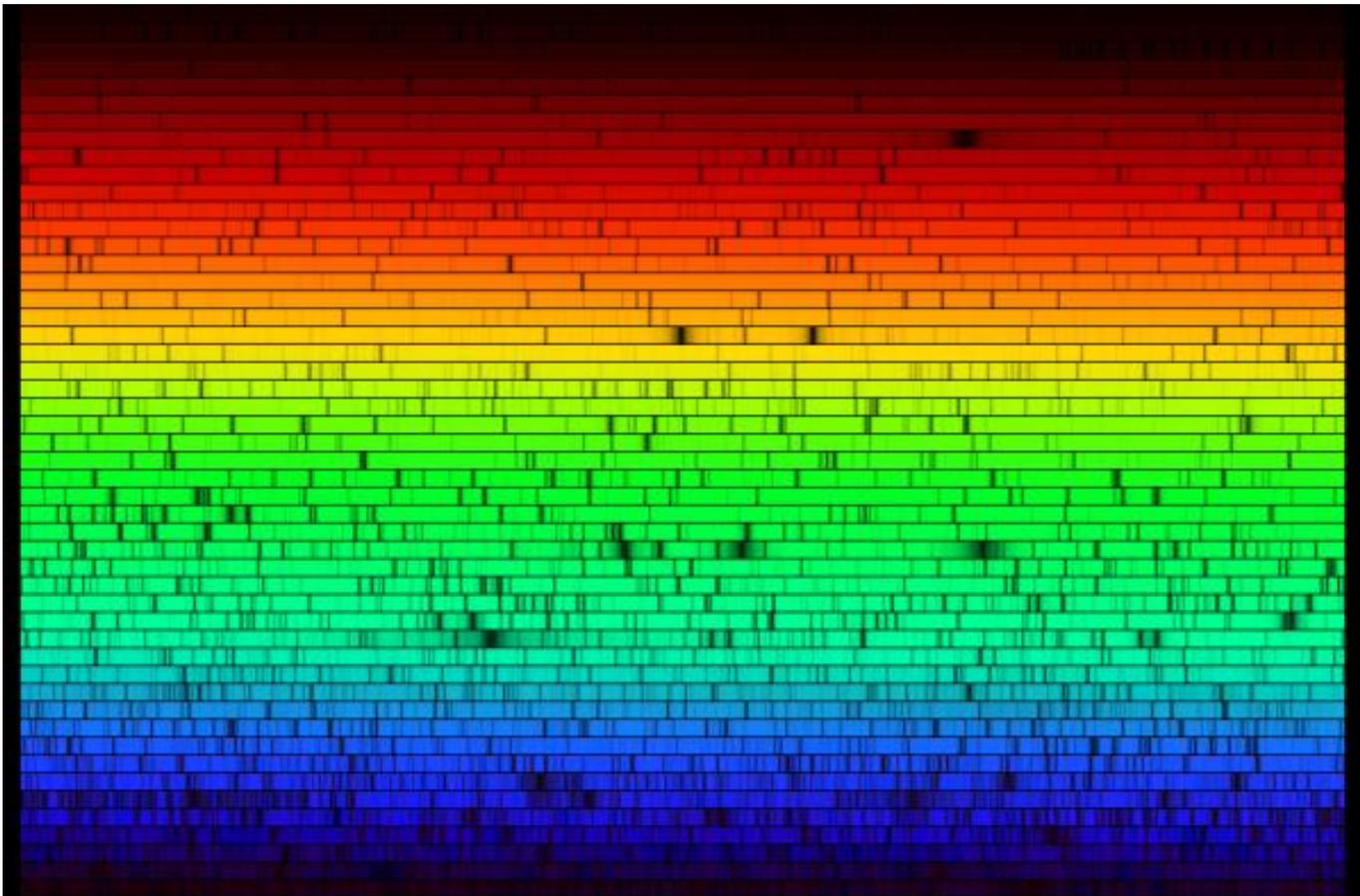
- Em 1814, Joseph von Fraunhofer obtém o espectro do Sol.
- Este espectro é composto de um contínuo e de linhas (+ de 600 linhas).



espectro do Sol em alta resolução (não é o de Fraunhofer)

Espectro Solar

- **Sec. 19** – linhas – elementos químicos já conhecidos (ex. Fe)
- **Outras linhas do espectro solar:** desconhecidas aqui na Terra:
Ex.: elemento **helio** (do grego = sol) foi descoberto no espectro solar.
Detectado na Terra só em 1895 !



espectro do Sol em alta resolução (não é o de Fraunhofer)

Gustav Robert Kirchhoff

Sec. 19: faltava teoria para explicar como esses espectros eram formados no **sol e estrelas**



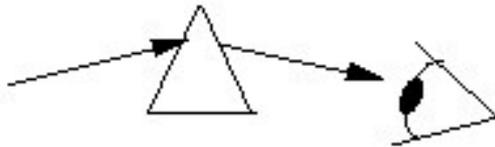
Para compreender como espectroscopia pode ser usada para extrair informação dos objetos e da luz que emitem → compreender **formação das linhas** → compreender estrutura **MICROSCOPICA da matéria**

Físico Alemão

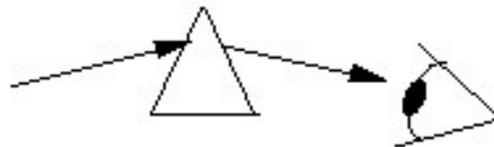
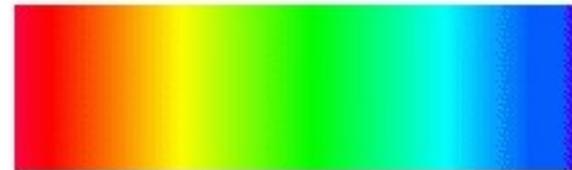
(1824 – 1887)

Leis de Kirchhoff

- Nos anos 1860, Gustav Kirchhoff formula as leis que resumem as diferentes formas como a matéria emite - os 3 tipos de espectro possíveis:



contínuo

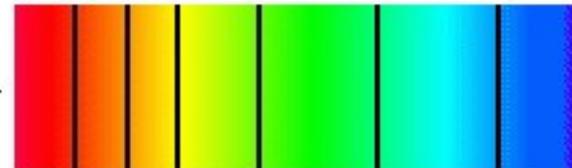


linhas de emissão



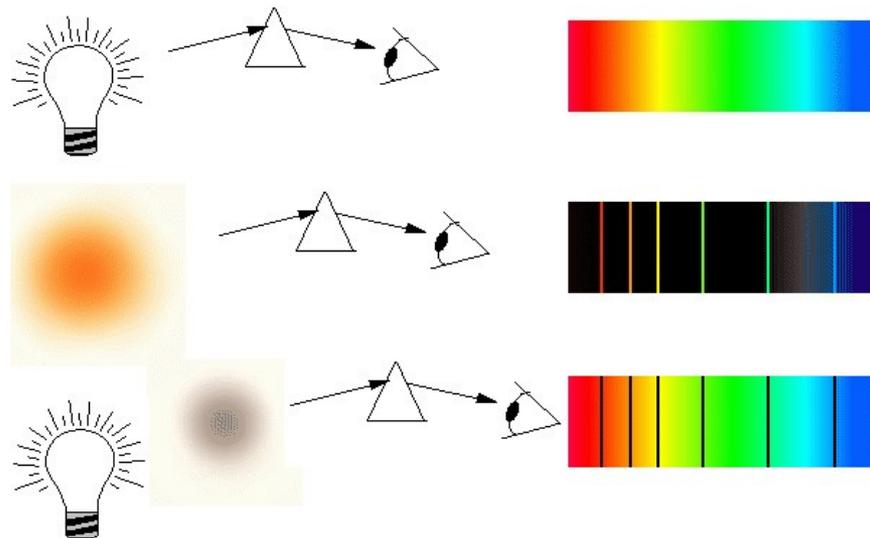
gás frio

linhas de absorção

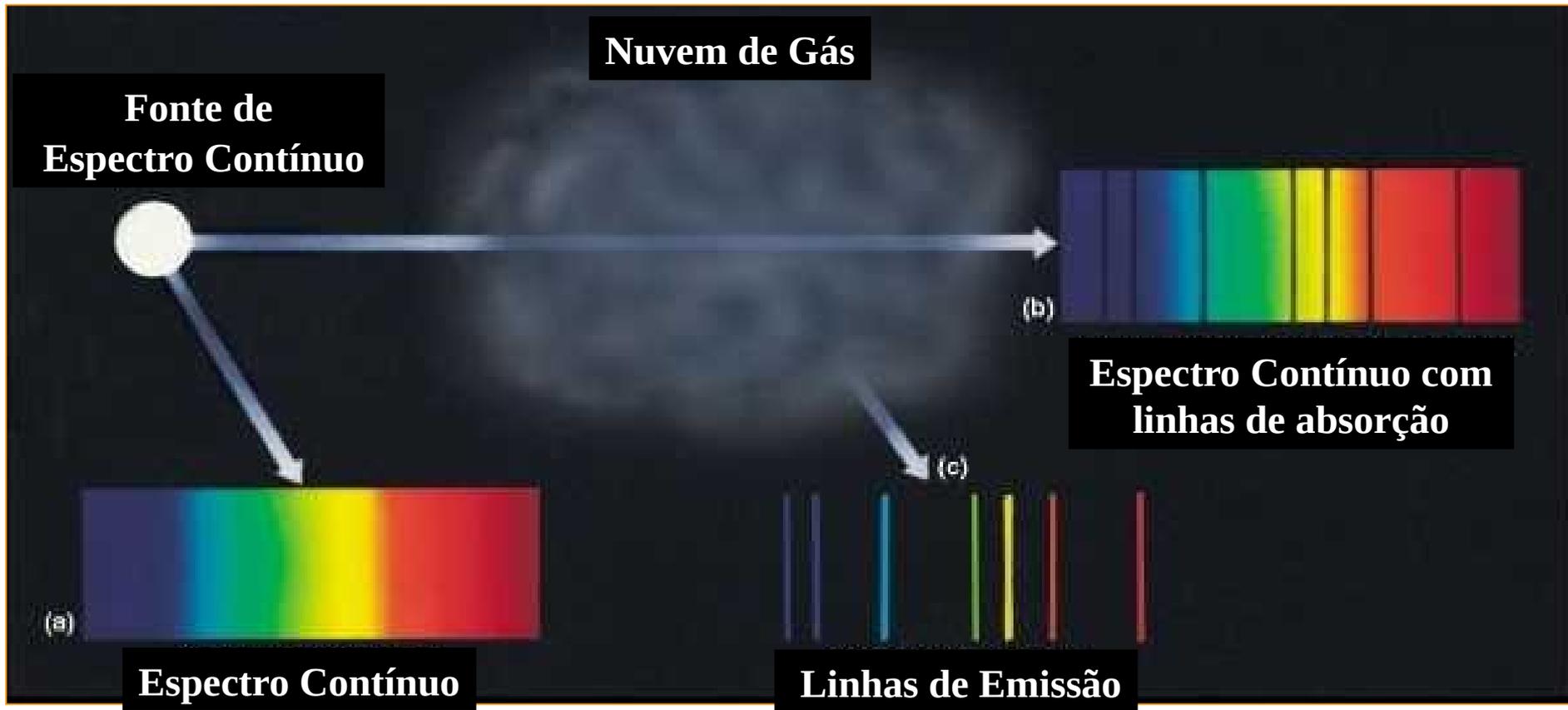


Leis de Kirchhoff

- 1ª: Um objeto no estado **sólido, líquido ou gasoso (denso)**, e sob **alta pressão**, produzirá um espectro contínuo de emissão, quando aquecido.
- 2ª: Um gás a baixa pressão e a temperatura suficientemente alta produzirá um espectro de linhas brilhantes de emissão.
- 3ª: Um gás a baixa pressão e temperatura, que se localize **entre uma fonte de radiação contínua e um observador**, produzirá um espectro de linhas de absorção, ou seja, um conjunto de linhas superpostas ao espectro contínuo



Leis de Kirchhoff

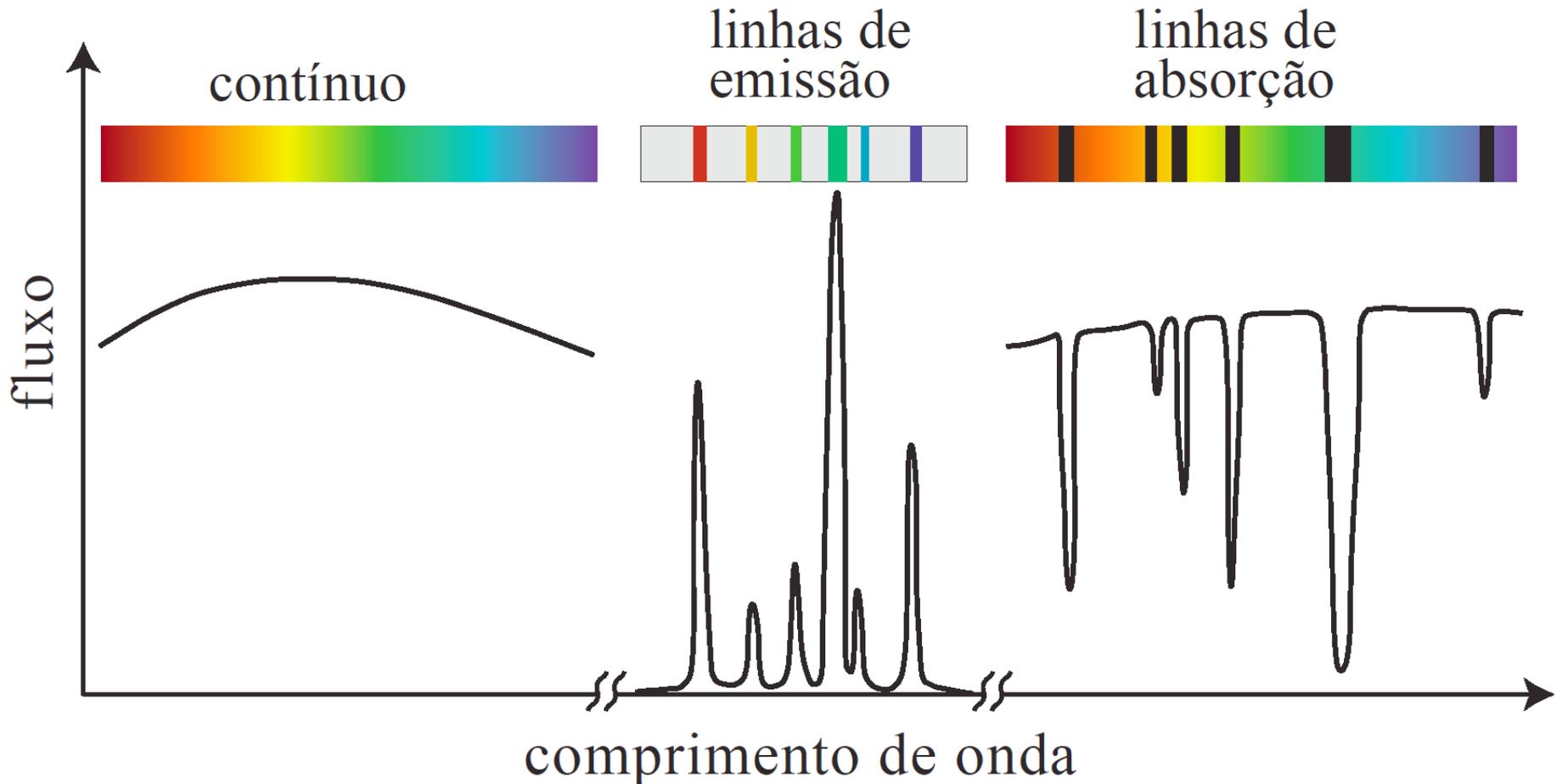


Lei fundamental:

Quando um feixe de luz atravessa um gás, este absorve aquelas mesmas frequências que, quando aquecido, emite.

Leis de Kirchhoff

- Nos anos 1860, Gustav Kirchhoff formula as leis que resumem os 3 tipos de espectro possíveis:



Formação de linhas espectrais

Sec. 20: evidências de que luz às vezes não se comporta como onda

Ex.: produção de linhas espectrais envolve somente λ s discretos → diferente do que se esperaria se luz somente onda contínua!

→ Ficou claro que: quando **luz interage com matéria em escalas atômicas**: NAO de modo contínuo, mas **DISCRETIZADO** → caráter **corpúscular da luz**.

Para explicar formação das linhas → **Estrutura atômica:**

→ compreender também estrutura da matéria – ou dos **átomos**:
tijolos de construção da matéria:

→ em escalas 10^{-10} m: **átomos**

moléculas (ligações de átomos)

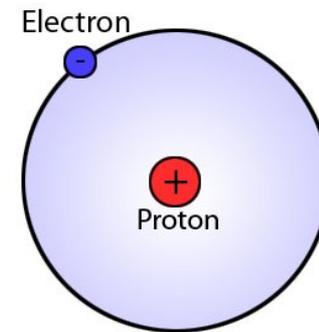
→ **Átomo + simples: H** – núcleo com próton ($D = 10^{-14}$ m) +
elétron orbitando ao redor

→ **Como associar quadro do átomo de H às linhas de emissão e absorção do gás H ?**

Modelo Atômico do H



1ª teoria robusta do átomo de H proposta por:



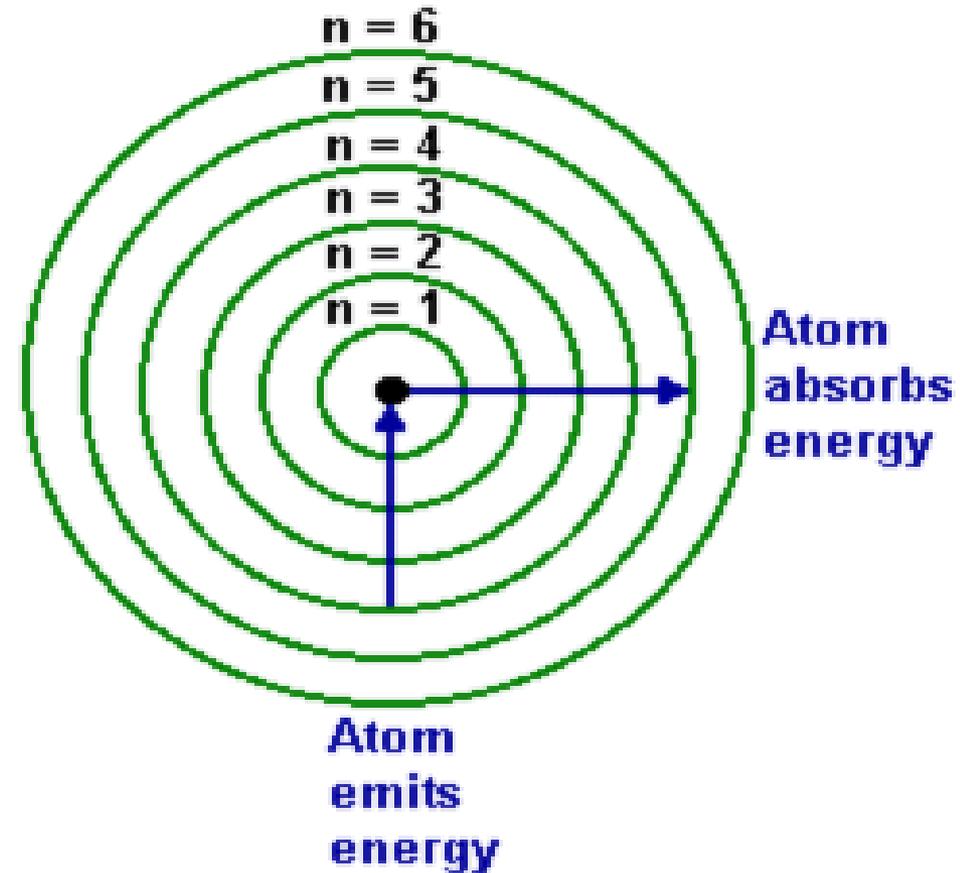
Niels Henrik David Bohr

1885 - 1962

Formação de linhas espectrais

Modelo de Átomo de Bohr:

1. Há um estado de energia mínima (E_{\min}) do sistema: **estado fundamental** → condição normal do el. orbitando o núcleo
2. Há uma máxima energia que o el. pode adquirir e ainda estar ligado ao átomo (E_{\max})
se $E > E_{\max}$:
el. desliga-se do átomo - fica:
IONIZADO → **ion**



3. Somente certas órbitas discretas são permitidas ao el. (entre E_{\min} e E_{\max}) → o el. pode existir somente em tais órbitas ou estados de energia → são **QUANTIZADOS** → mecânica quântica

Órbitas definidas por:

$$m v r = \frac{n h}{2 \pi}$$

com o número quântico principal $n=1,2,\dots$, etc.

- m é a massa do elétron; r o raio do movimento circular com velocidade v , em torno do núcleo, h a constante de Planck.

Tamanho da órbita: Combinando a força centrípeta com a força coulombiana:

$$\frac{m v^2}{r} = \frac{Z e^2}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{Z e^2}{m r}$$

Mas $m v r = \frac{n h}{2 \pi} \Rightarrow v^2 = \frac{n^2 h^2}{4 \pi^2 m^2 r^2} \Rightarrow \frac{Z e^2}{m r} = \frac{n^2 h^2}{4 \pi^2 m^2 r^2}$

teremos $r = n^2 \frac{h^2}{4 \pi^2 m Z e^2} \rightarrow$ **Apenas algumas órbitas são possíveis**
(função de n^2).

A energia total de um elétron na órbita n será dada pela combinação da energia cinética com a energia potencial:

$$E_n = \frac{m v^2}{2} - \frac{Z e^2}{r} = -13,6 \frac{Z^2}{n^2} \text{ eV}$$

O sistema é considerado **ligado** enquanto a energia do nível for $E_n < 0$.

À medida que $n \rightarrow \infty$, $Z^2/n^2 \rightarrow 0$: $E_\infty = 0$

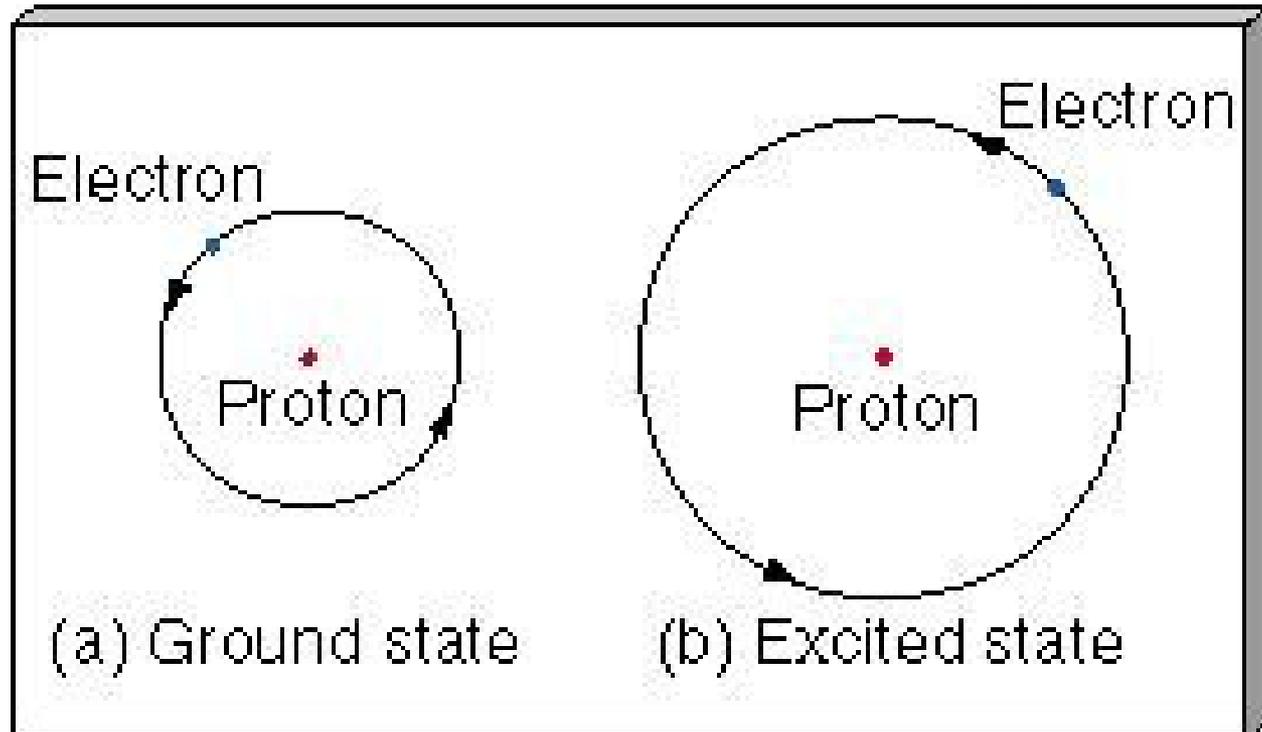
Quando $E > 0$, o elétron **não fica ligado** ao núcleo: **LIVRE**

Para o H: $Z=1$

Para $n=1$: $E = -13,6 \text{ eV}$ (estado fundamental) \rightarrow potencial de ionização do H

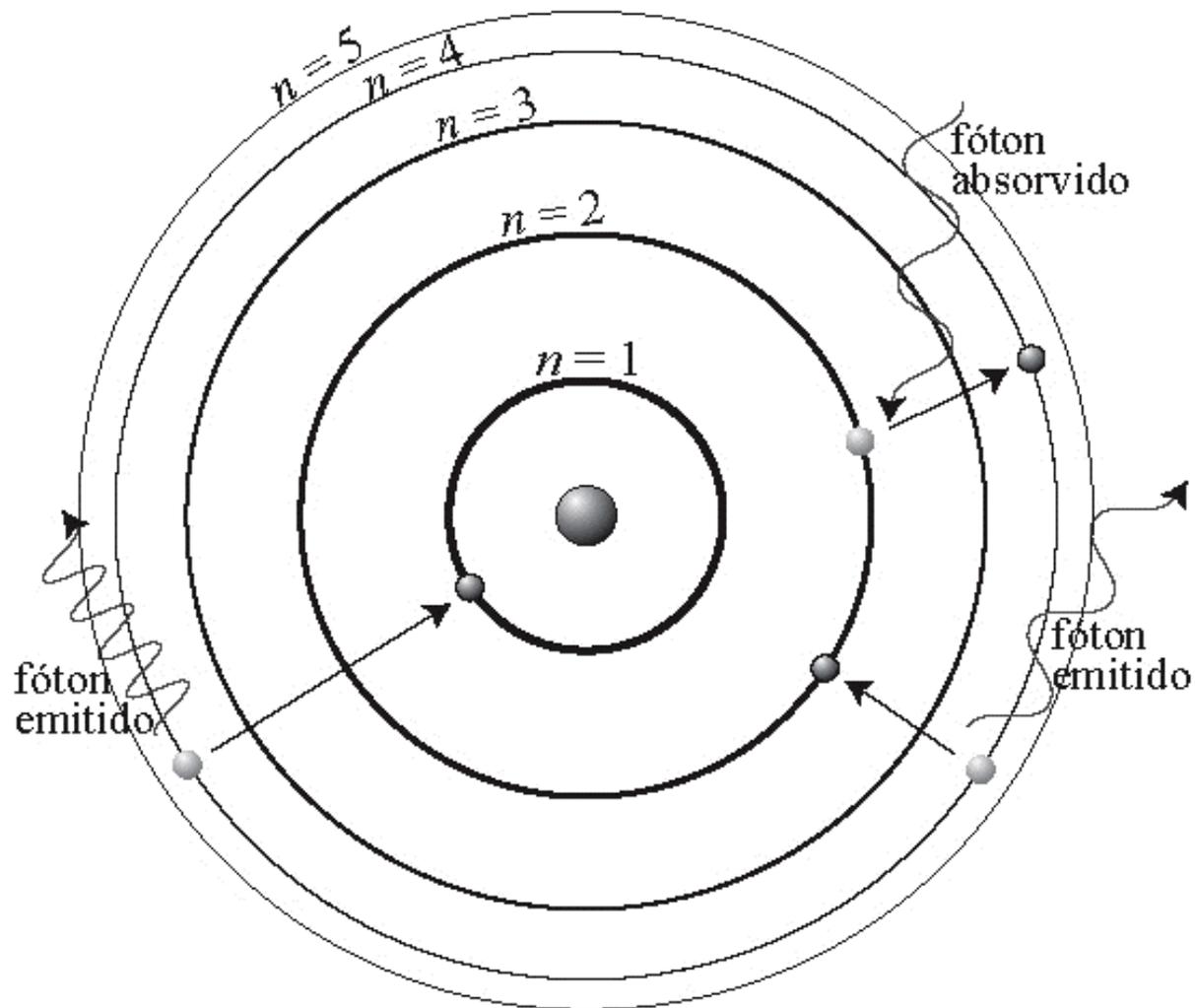
(lembrar que: $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-12} \text{ erg}$)

Formacao de uma linha espectral

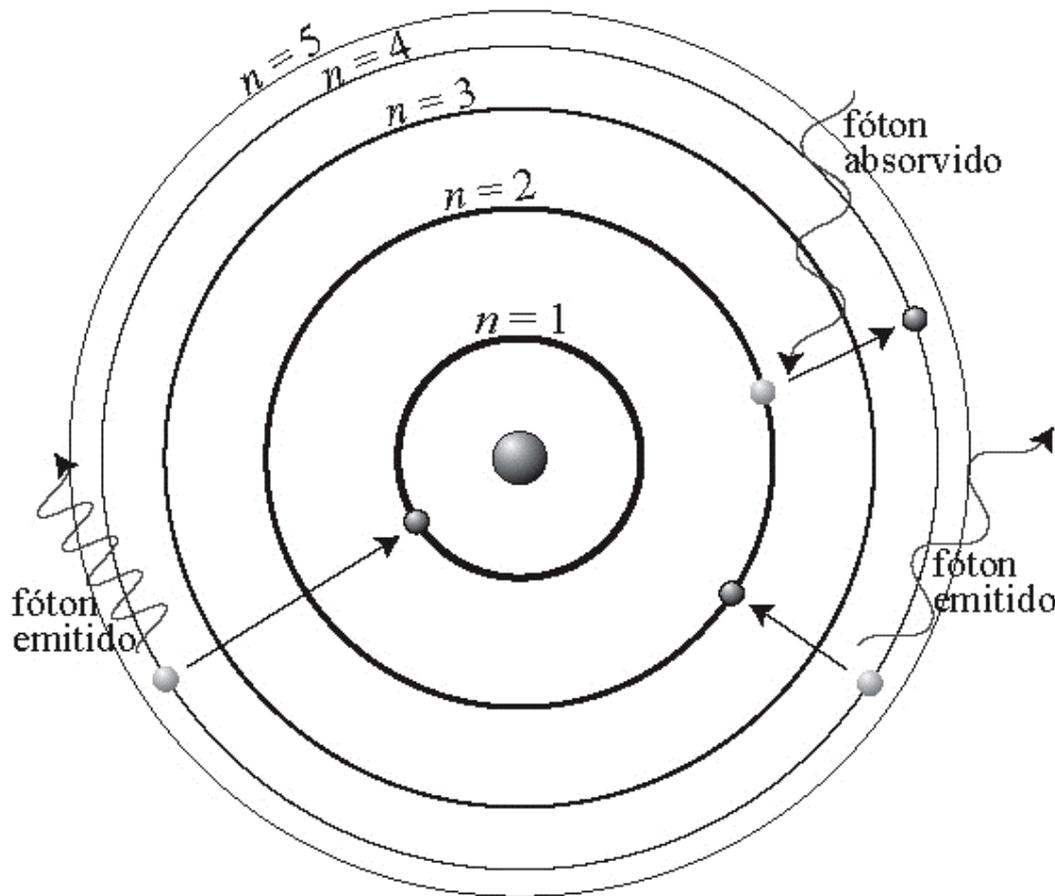


- 1 linha espectral: vai surgir quando **atomo muda de 1 estado discreto permitido para outro**
- **1 atomo pode passar a 1 estado excitado de 2 modos:**
 - 1) **absorvendo luz (foton)** de 1 fonte de radiacao eletromagnetica
 - 2) **colisao com outras particulas:** absorvendo energia cinetica

Interação da Radiação com a Matéria



Interação da Radiação com a Matéria



Como átomos absorvem so específicas quantidades de energia: so podem emitir quantidades específicas quando retornam ao estado fundamental

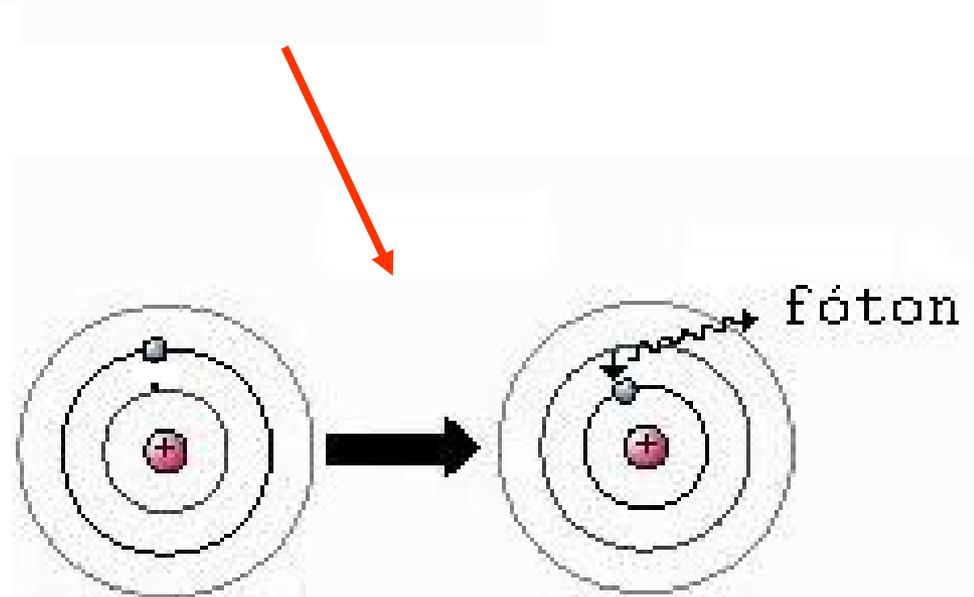
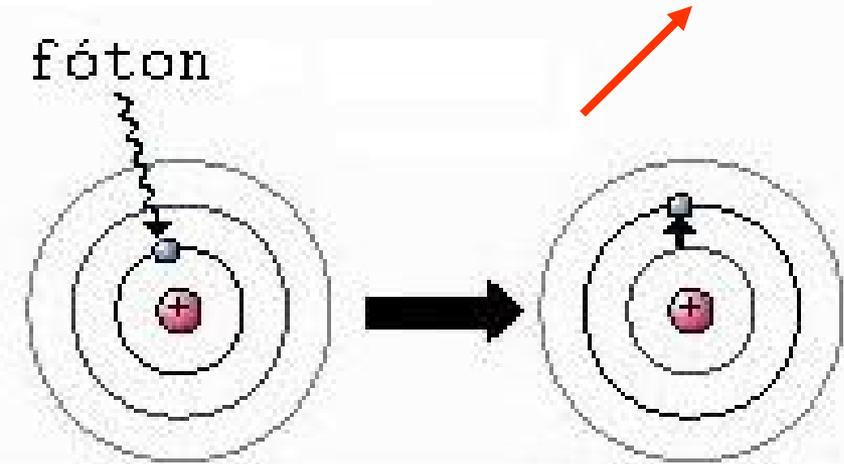
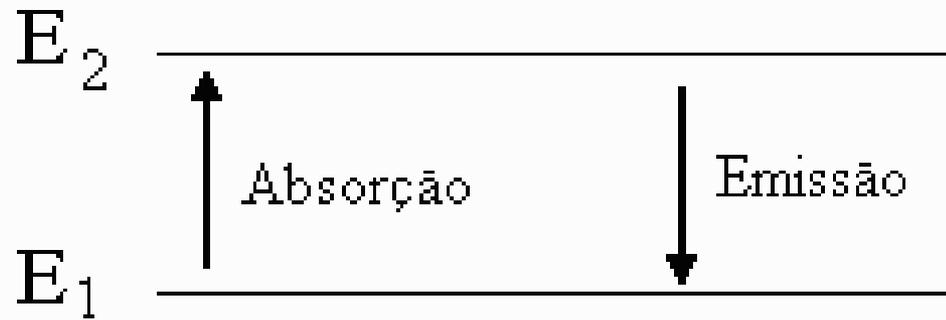
→ quantidade de luz absorvida (ou emitida): corresponde exatamente à energia emitida (ou absorvida)

→ Luz: abs. ou emitida em **pacotes** de radiação eletromagnética: **fóton**

→ assim: no **mundo macroscópico**: luz é onda

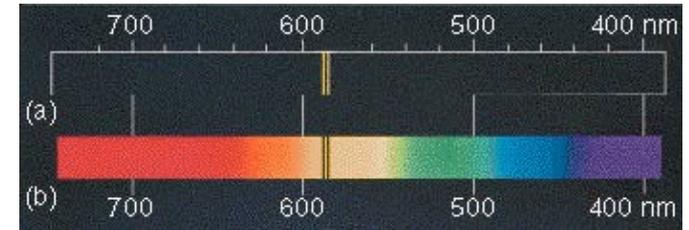
→ no **mundo microscópico**: feixe de partículas: **fótons**

Absorção e Emissão



A diferença de energia entre os níveis 1 e 2 é dada por $\Delta E = E_2 - E_1$, onde

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = + \frac{13,6}{h} Z^2 \left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right]$$



→ **Diferentes linhas espectrais:** correspondem a diferentes níveis **a** partir do qual se dá a transição

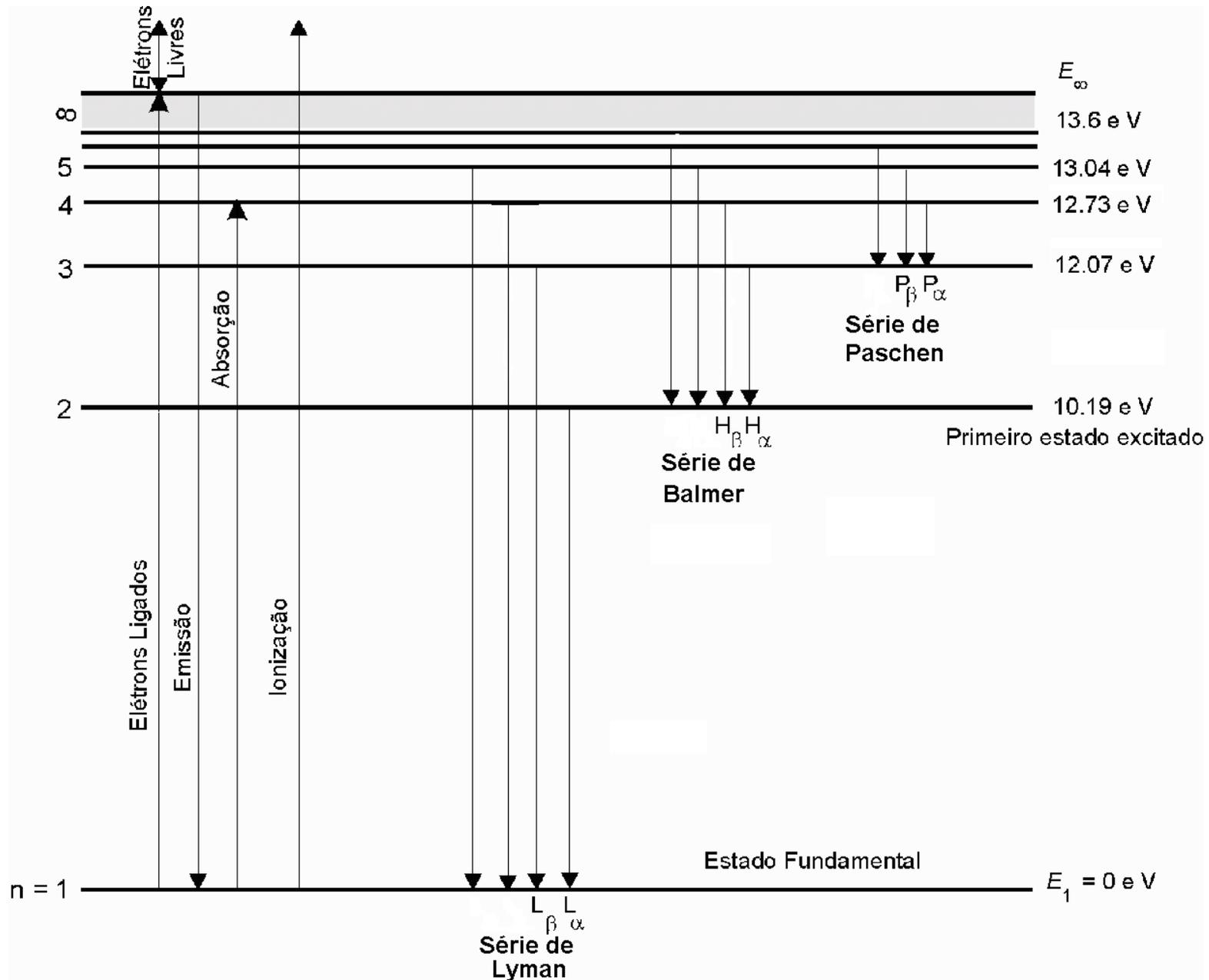
No atomo de H: SERIES de linhas:

n = 1: série de **Lyman**, denominadas $Ly\alpha$, $Ly\beta$, $Ly\gamma$, ... (linhas do UV);

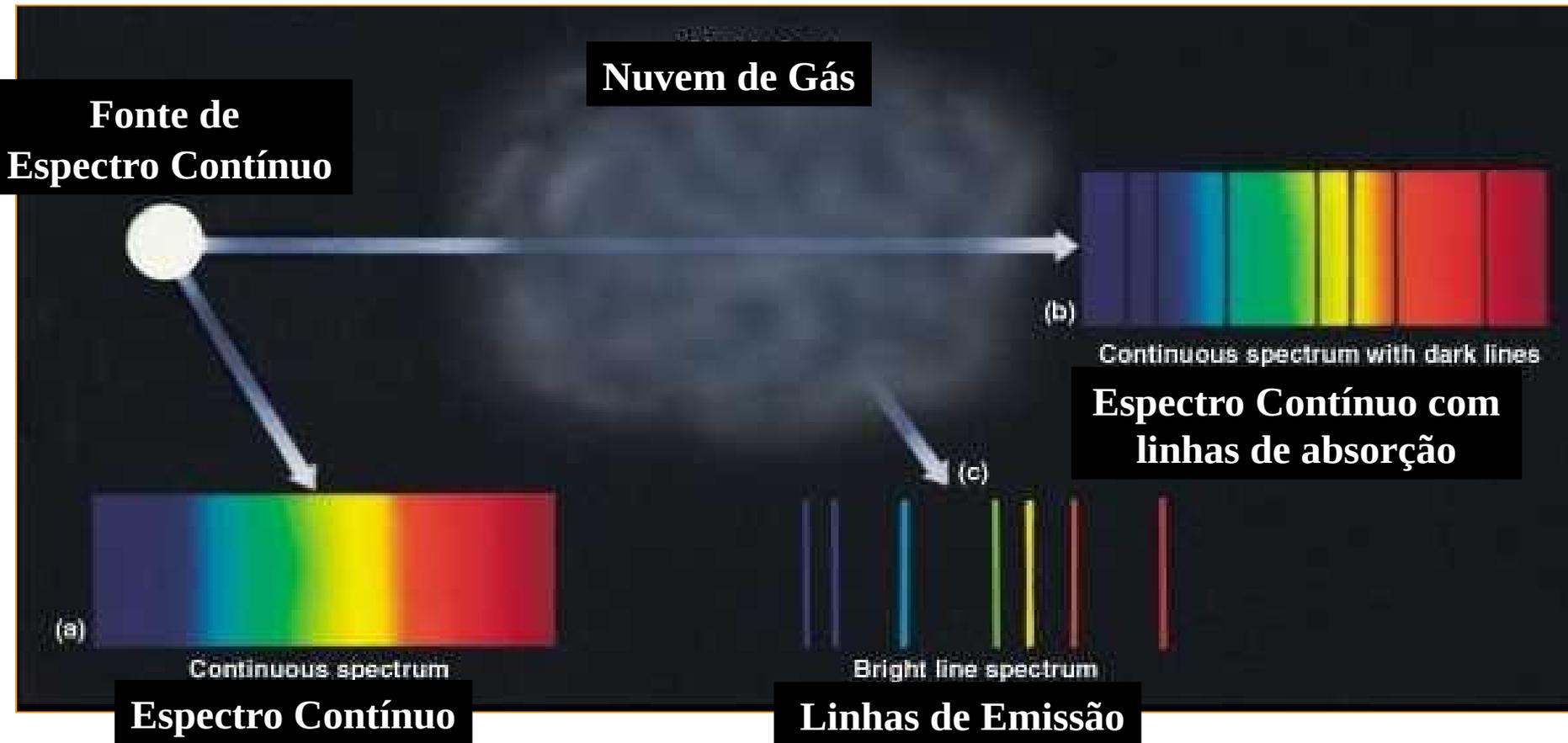
n = 2: série de **Balmer**, denominadas $H\alpha$, $H\beta$, ... (espectro visível);

n = 3: série de **Paschen**, denominadas $P\alpha$, $P\beta$, ... (infravermelho).

Transições no átomo de Hidrogênio



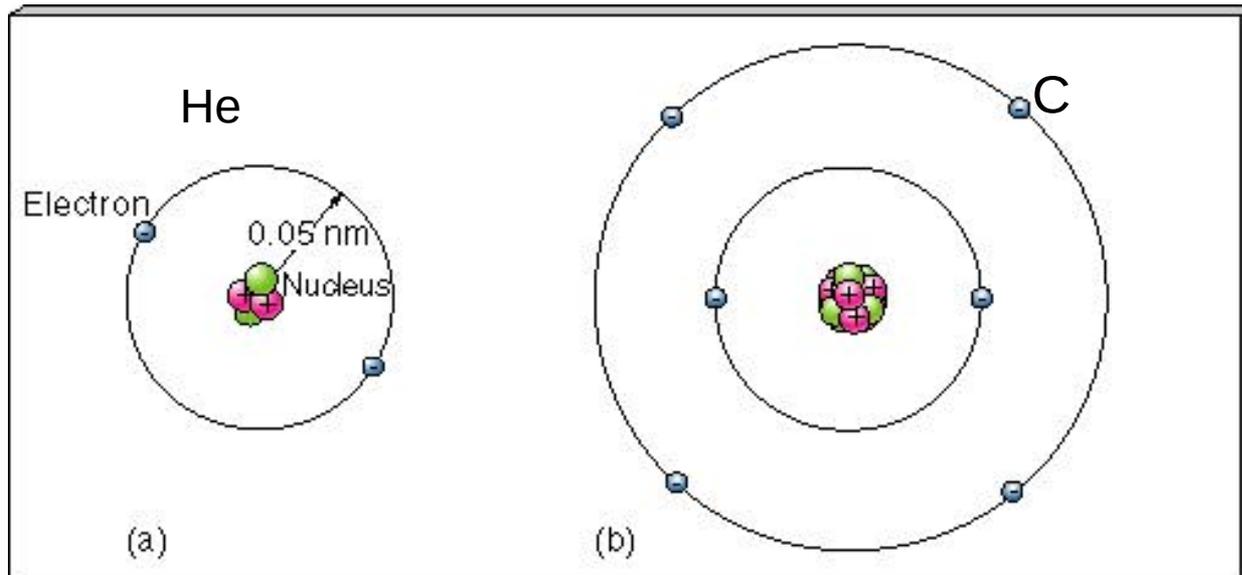
Explicando as Leis de Kirchhoff



Fonte: tem ftons de todas as energias (λ s): **espectro contínuo**

Fonte passando por gas: este so pode absorver ftons com determinadas energias: estes ftons absorvidos: causam transicao do gas para estados excitados: estes ftons sao removidos da fonte pelo gas -> **linhas escuras de absorcao (do gas) superpostas ao espectro contínuo (da fonte)**

Átomos mais complexos



- 1 átomo: caracterizado por n. de prótons:

Ex. H : 1 p, He: 2 p. (+2 neutrons no núcleo); C: 6 p + 6 n;
O: 8 p + 8 n

Características das Linhas e Notação

Linhas de Emissão

- Produzidas quando um **átomo (íon ou molécula)** passa de um **estado excitado para um estado de energia menos excitado, emitindo um fóton.**
- Linhas podem ser: **permitidas** → produzidas em transições entre estados normais
- Linhas **proibidas** → decorrem de transições envolvendo um estado excitado cujo **tempo de vida médio é muito grande.**
- O tempo médio de vida de um átomo em um estado excitado **normal:**
 $\sim 10^{-8}$ s.

mas ocorrem certos estados com tempos de vida **>1s:**
muito maiores que tempo de transição normal -> são denominados **metaestáveis.**

Para que um átomo possa ser excitado para um **estado metaestável**

→ o gás do meio deve ser **rarefeito** o bastante para que o **tempo entre colisões atômicas seja maior que o tempo de vida do estado metaestável.**

$$t_{\text{col}} > t_{\text{vida metaestavel}}$$

Exemplo: meio interestelar das galáxias: as densidades são baixas o suficiente para a produção de linhas proibidas.

Exemplo de linha permitida (envolvendo estado excitado normal):

C IV 1549 - linha do **átomo de carbono 3 vezes ionizado** (perdeu três elétrons): tem comprimento de onda corresponde a

$$\lambda = 1549 \text{ \AA} \text{ ou } 154,9\text{nm.}$$

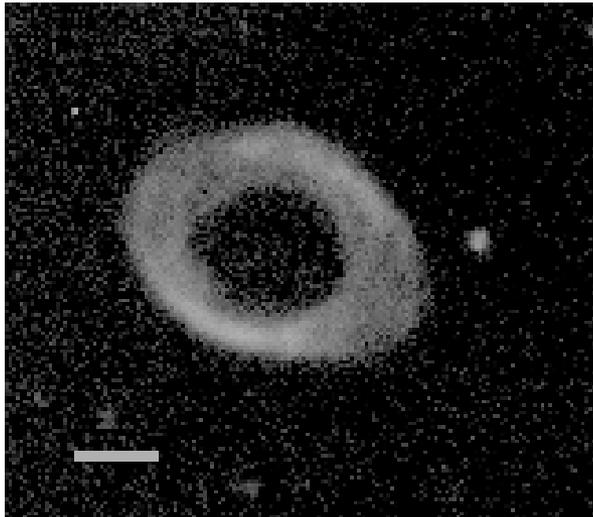
Exemplo de linha proibida (envolvendo estado metaestável):

[O III] 5007 → linha do **átomo de oxigênio 2 vezes ionizado** - com $\lambda = 5007 \text{ \AA}$ (região de formação estelar, nebulosa planetária).

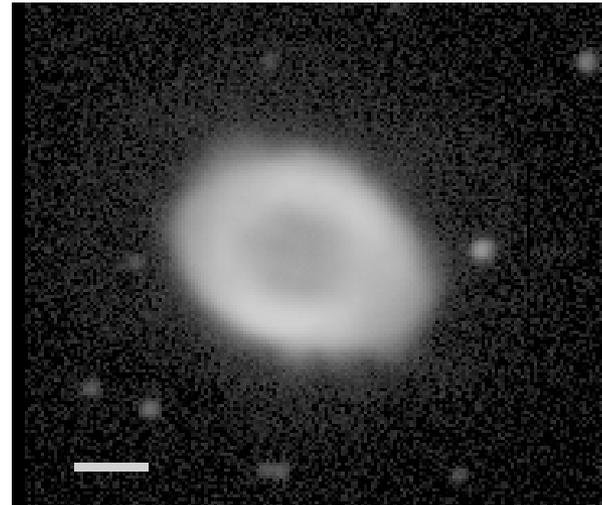
Nebulosa Planetária M57



[O I]

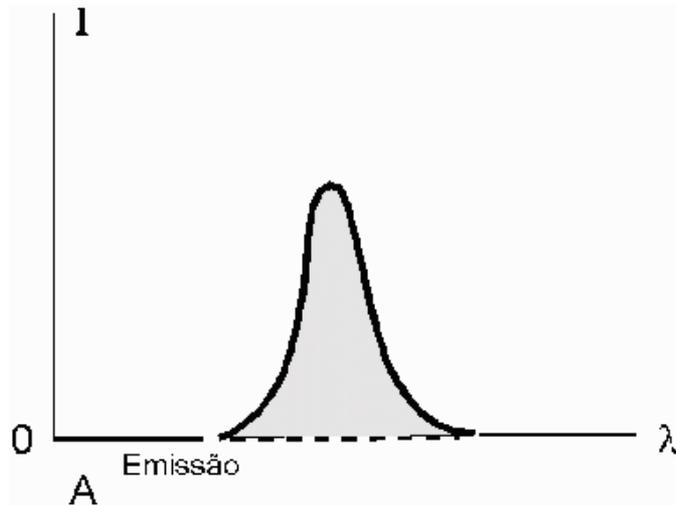


[O III]

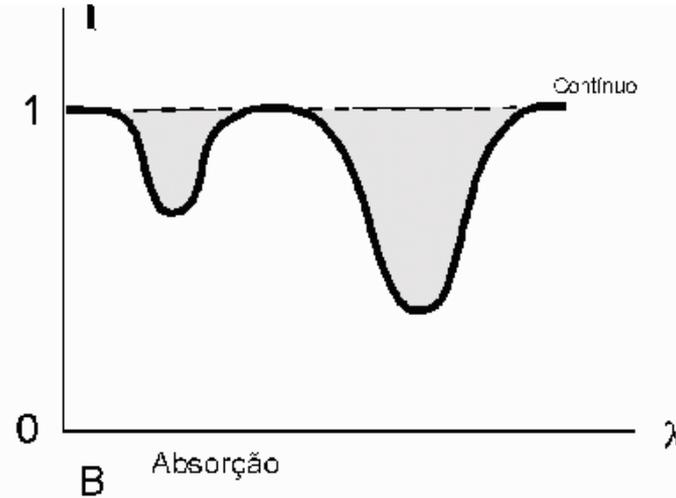


Intensidade das linhas espectrais

Intensidade (ou força) de uma linha: **proporcional ao numero de fotons emitidos (ou abs.) naquela transicao**



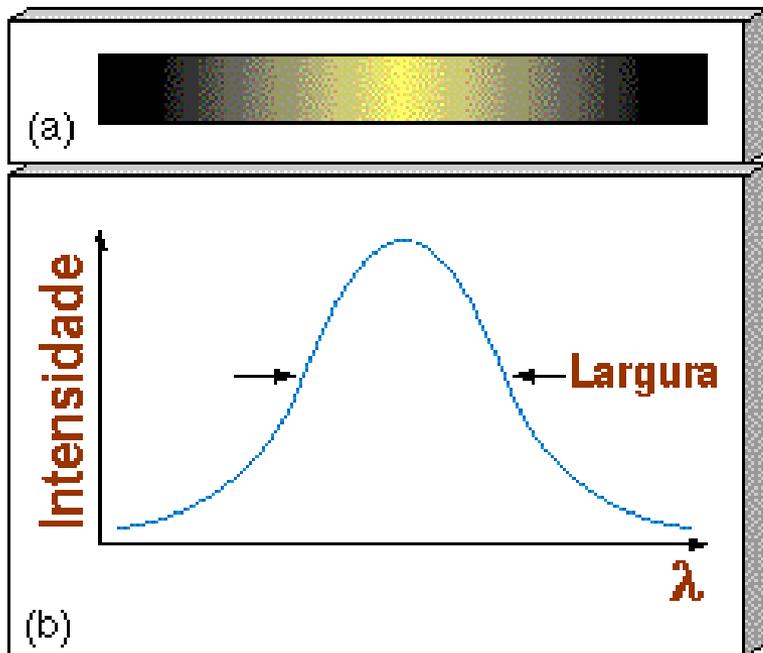
Perfil de 1 linha de emissão



linhas de absorção que se superpoem ao contínuo

Perfil da Linha

O perfil de uma linha representa a variação da densidade de fluxo (intensidade) com o comprimento de onda: **linha não é totalmente estreita !**



A forma de uma linha espectral é chamada de perfil da linha.

A forma verdadeira da linha reflete as propriedades da atmosfera da estrela: **temperatura T** , **pressão P** , **gravidade superficial g** , **densidade ρ** e **velocidade das partículas v** .

Vários processos físicos podem “**alargar**” uma linha:
um perfil alargado: pode fornecer características sobre fonte emissora da radiação → vejamos a seguir

Alargamento das linhas espectrais

Alargamento Natural:

Princípio da incerteza de Heisenberg:

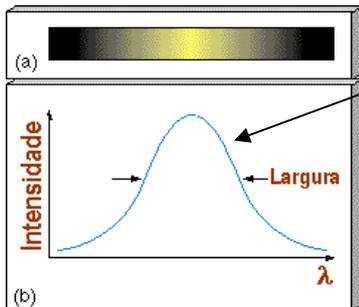
energia de um determinado nível atômico (estado) não pode ser determinada com precisão maior que:

$$\Delta e = \pi/2 (h / \Delta t)$$

→ Energia do elétron (numa órbita) tem incerteza de: $E \pm \Delta e$

→ Δt tempo de vida daquele nível

→ um grupo de átomos irá produzir 1 linha de absorção ou emissão com uma variação mínima na frequência ν dos fótons



$$\nu \pm \Delta \nu$$

$$\Delta \nu = \frac{\Delta e}{h} \propto \frac{1}{\Delta t}$$

$$\Delta \nu = c |\Delta \lambda / \lambda^2|$$

→ **Alargamento natural da linha**

Alargamento colisional

Os níveis de energia de um átomo são também perturbados (ou seja, deslocados) por partículas vizinhas, principalmente as carregadas como íons e elétrons: por **colisões**

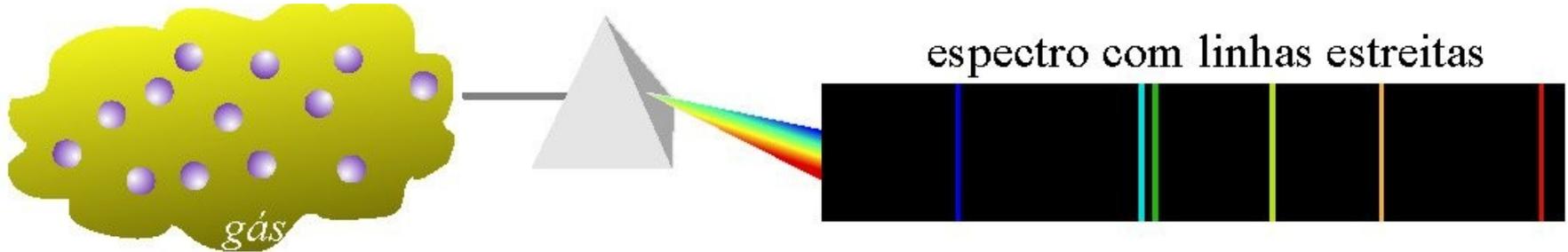
Em um gás, essas perturbações são aleatórias e causam alargamento das linhas espectrais.

Quanto maior a densidade de partículas (e, portanto, a pressão) do gás, maior a largura das linhas espectrais.

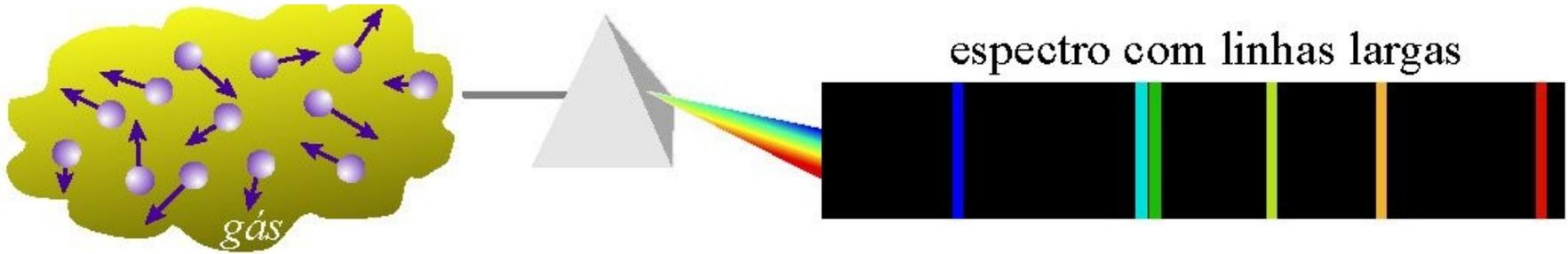
Esse é o processo mais importante no alargamento de linhas muito intensas como $H\alpha$, $H\beta$, ... (série de Balmer)

Alargamento Doppler térmico

átomos a baixa temperatura



átomos a alta temperatura



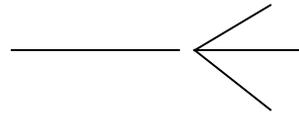
- Movimento aleatório das partículas do gás (por causa da agitação térmica):
 - algumas se aproximam, outras se afastam do observador.
 - Gas com partículas de massa m a uma temperatura T :

$$\rightarrow \langle mv^2/2 \rangle = 3kT/2 \rightarrow \langle v_{\text{term}} \rangle = (3kT/m)^{1/2}$$

$$\rightarrow \text{Alargamento Doppler da linha : } \Delta\lambda/\lambda = \langle v_{\text{term}} \rangle / c$$

Efeito Zeeman

Quando um átomo se desloca sob a ação de um **campo magnético**, cada nível atômico de energia se divide em três ou mais subníveis:

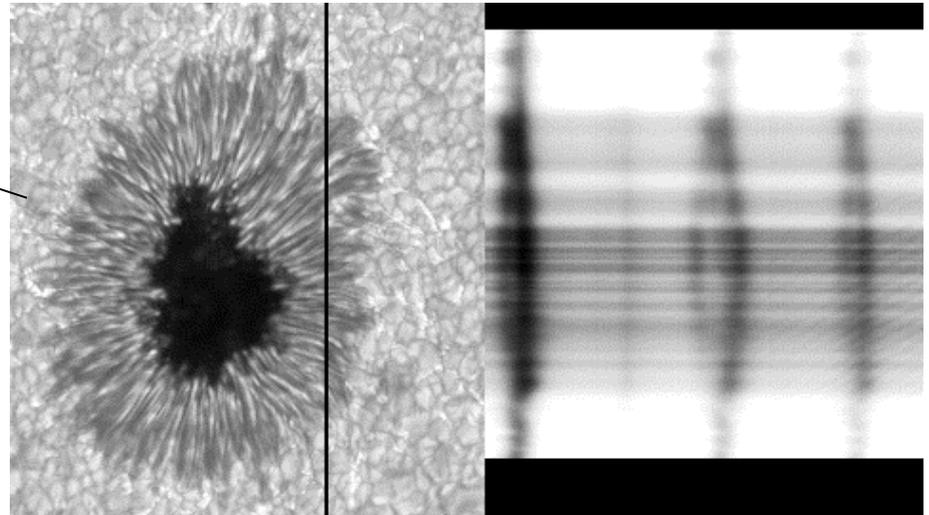


→ efeito Zeeman.

Se as separações (componentes Zeeman) entre subníveis não são *resolvidas* (são tão pequenas que não se pode distingui-las) nos espectros observados, vemos somente uma linha espectral **alargada**.

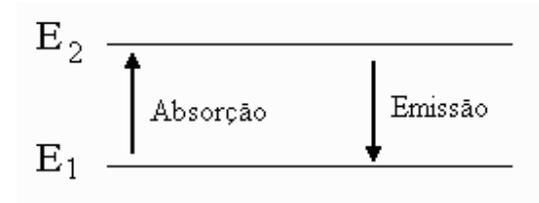
Quando campo magnético B é forte (ex.: manchas solares):

a separação entre as linhas é mensurável: **deduz-se intensidade de B pela separação das linhas !**

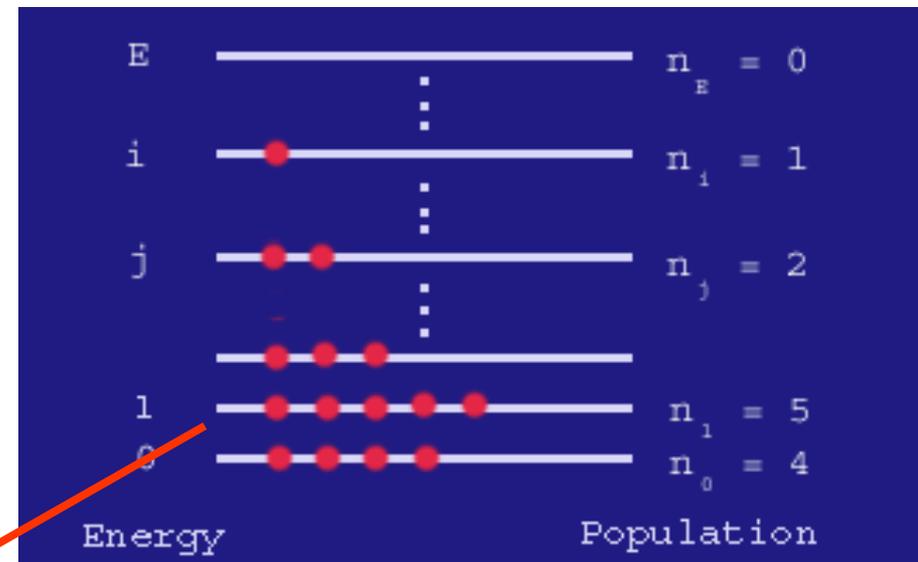


Um pouco de matematica

- Força das linhas:
proporcional n. de atomos
que estao no estado de energia
a partir do qual ocorrem as
transições



- As transicoes para um dado
nivel (espontaneas ou
colisionais) **dependem de T**
(pois energia cinetica relaciona-
se a T)



Como determinar o n. de atomos que estao em dado nivel de excitação ?

Equação de Boltzmann (de excitação)

O austríaco Ludwig Boltzmann (1844-1906) deu a resposta:

Seja um gás a uma temperatura constante (T) em equilíbrio térmico (taxa de excitações = taxa de des-excitações): com grande número N de átomos por volume

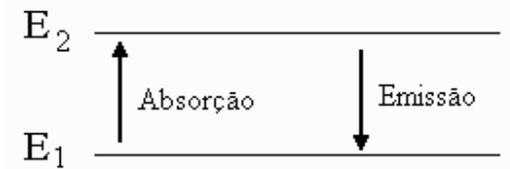
Seja :

N(2) = número de átomos/vol. num nível de energia E(2) (mais alto)

N(1) = número de átomos/vol. num nível de energia E(1) (mais baixo)

Então:

$$\frac{N(2)}{N(1)} = \frac{g(2)}{g(1)} e^{\left[\frac{E(1) - E(2)}{kT} \right]}$$



$k = 1.38066 \times 10^{-23} \text{ erg } k^{-1}$: Constante de Boltzmann

→ **Eq. de Boltzmann:** fornece razão entre populações de 2 estados de excitação de um mesmo elemento químico (ion ou neutro)

g_i é o peso estatístico do nível i

→ o número de diferentes estados com a mesma energia E_i .

Para o hidrogênio no nível n , $g_n = 2n^2$.

Como $E(2) > E(1)$

$$\frac{N(2)}{N(1)} = \frac{g(2)}{g(1)} e^{\left[\frac{E(1) - E(2)}{kT} \right]}$$

→ argumento da exponencial será **sempre negativo**.

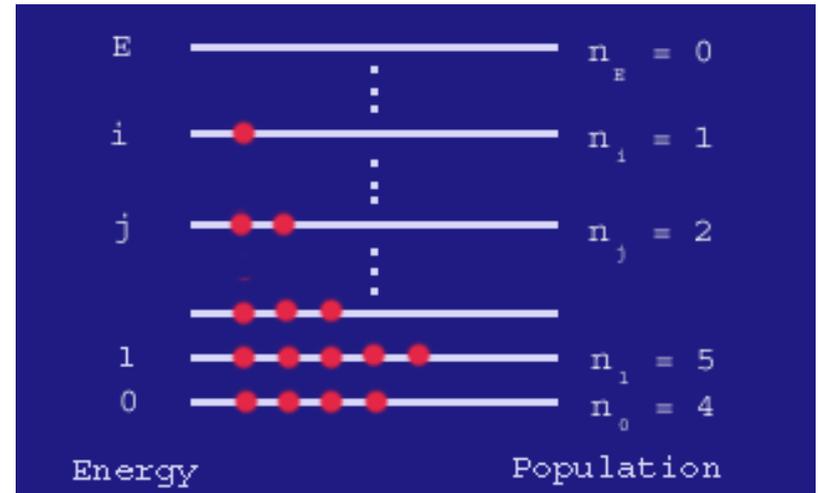
→ à medida que T aumenta: cresce a razão $N(2)/N(1)$
→ cresce o número de átomos no nível mais excitado

Equação de Boltzmann

$$\frac{N_i}{N_j} \propto e^{-\frac{(E_i - E_j)}{kT}}$$

Para $T \rightarrow 0$:

$\frac{N_i}{N_j} \propto \rightarrow e^{-\infty} \rightarrow 0 \rightarrow$ todos os átomos estão no estado **fundamental**



Equação de Boltzmann - Exemplo:

Calculemos: a fração de átomos de hidrogênio (H) no nível $n=2$, em relação ao $n=1$ para o gas com $T=10.000\text{ K}$ e 20.000 K .

Como a diferença de energia entre os níveis $n=2$ e $n=1$ é de $10,19\text{ eV}$ e $g_2=8$ e $g_1=2$, temos:

$$\frac{N(2)}{N(1)} = \frac{g(2)}{g(1)} e^{\left[\frac{E(1) - E(2)}{kT} \right]} = 4 e^{-\frac{10.19\text{ eV}}{k T}}$$

$1\text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19}\text{ J}$ e $k = 1,38 \times 10^{-23}\text{ J K}^{-1}$

$$\frac{N(2)}{N(1)} (T = 10.000\text{ K}) = 0,000029$$

$$\frac{N(2)}{N(1)} (T = 20.000\text{ K}) = 0,0108$$

372 vezes maior

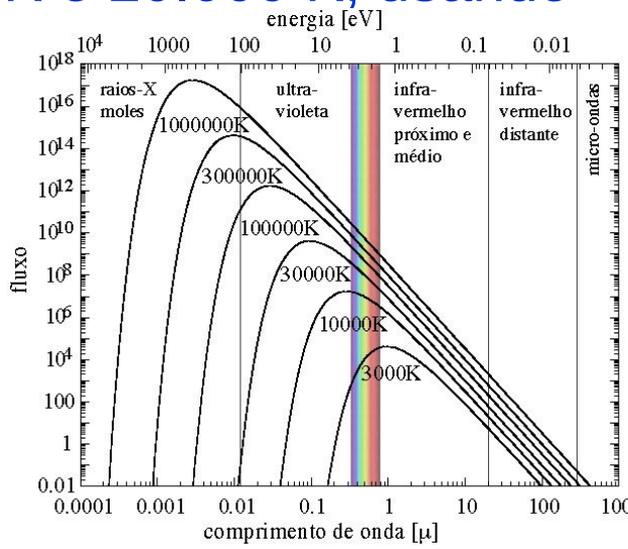
Podemos calcular o λ de um fóton com energia equivalente a 10,19 eV sabendo que

$$E = h \nu = h c / \lambda \quad \implies \quad \lambda = 1.216 \text{ \AA}$$

Podemos também calcular o λ_{max} para $T=10.000 \text{ K}$ e 20.000 K , usando a Lei de Wien, obtendo

$$\lambda_{\text{max}}(T = 10.000 \text{ K}) = 2.898,8 \text{ \AA}$$

$$\lambda_{\text{max}}(T = 20.000 \text{ K}) = 1.448,9 \text{ \AA}$$



→ Uma estrela com $T_{\text{ef}} = 20.000 \text{ K}$ tem muito mais fótons com energia suficiente para excitar o elétron do átomo de hidrogênio ao nível $n=2$, explicando a grande diferença obtida no cálculo da população **N(2)**.

Um pouco mais de Matematica

- **À medida que T cresce:** mais e mais energia fica disponível para **ionizar os átomos** (para **arrancar** elétrons dos átomos neutros)
- Em geral um gas = átomos neutros + íons + els. livres
- **Quanto > n. de els. livres:** > probabilidade de íon capturar els. e formar átomo neutro
- **No equilíbrio térmico: taxa de ionização = taxa de recombinação**
átomo \rightarrow íon + e⁻ (ionização)
átomo \leftarrow íon + e⁻ (recombinação)

E como determinar o número de átomos que estão em um dado estágio de ionização?

Equação de Ionização de Saha

O indiano Meghnad Saha (1893-1956) deu a resposta:

→ número de átomos por unidade de volume em um grau de ionização $i+1$ em relação ao grau i , para um gás em equilíbrio termodinâmico:

$$\left(\frac{N_{i+1}}{N_i} \right) = \frac{1}{N_e} \left(\frac{2 \pi m_e k T}{h^2} \right)^{3/2} e^{\left[-\frac{\chi_i}{kT} \right]}$$

N_i : número de átomos/vol. no i -ésimo estado de ionização: **com i elétrons removidos**

χ_i : potencial de ionização do estado mais baixo de ionização = energia requerida para remover i elétrons do átomo neutro, criando um íon no nível- i

N_e : número de elétrons/vol.

m_e : massa do elétron

→ **Eq. de Saha: razão entre população de 2 níveis consecutivos de ionização de um mesmo elemento químico**

Aplicação das equações de Saha e Boltzmann para interpretar os espectros das estrelas

EXEMPLO:

$$T_{\text{ef}} = 5000 \text{ K a } 7000 \text{ K}$$

o **cálcio** deve estar na forma de **CaII (uma vez ionizado)**.

→ Estrelas com **linhas fortes de CaII e fracas de CaI** devem portanto ter temperaturas efetivas nesta faixa !

Pela eq. de Saha: isto depende também da densidade de elétrons (N_e)

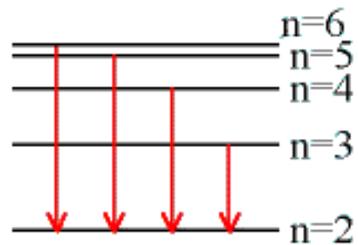
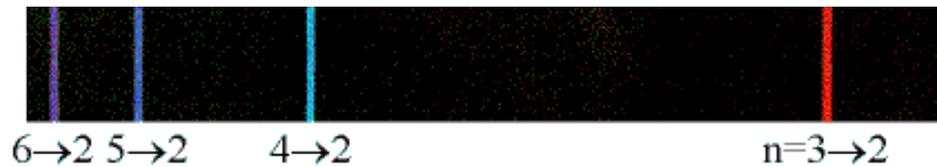
EXEMPLO 2:

Seja a linha de Balmer do Hidrogênio:

→ Corresponde a transições entre o nível $n=2$ de energia e qualquer outro acima dele.

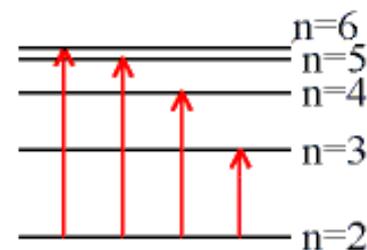
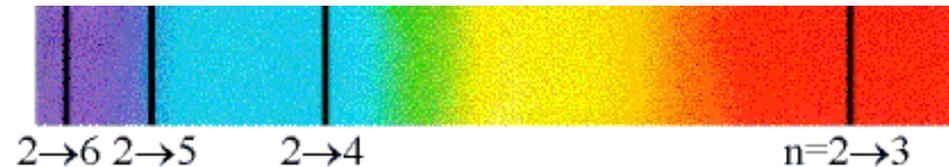
→ Para uma estrela ter **linhas de Balmer intensas** → **muitos átomos em $n=2$** .

emissão



————— $n=1$ (fundamental)

absorção



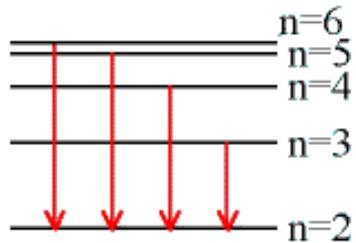
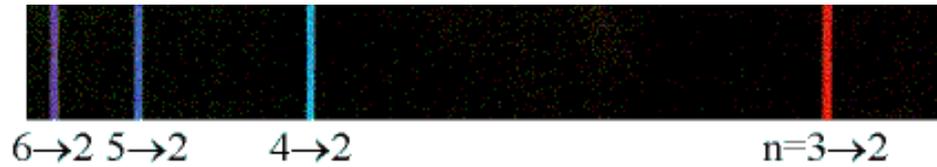
————— $n=1$ (fundamental)

linha de Balmer do Hidrogênio

→ isso acontece em **estrelas com $T \sim 10.000 \text{ K}$ ($k T = 0,86 \text{ eV}$)**.

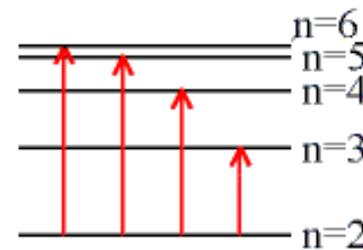
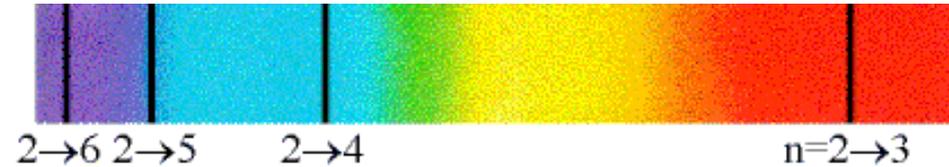
Para **temperaturas menores** (Sol por ex.) → H no estado fundamental ($n=1$) e poucas colisões são energéticas o suficiente para excitar o H.

emissão



————— $n=1$ (fundamental)

absorção



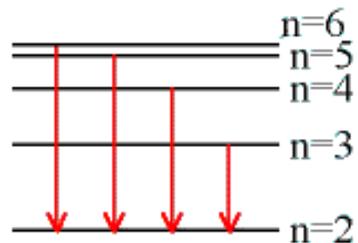
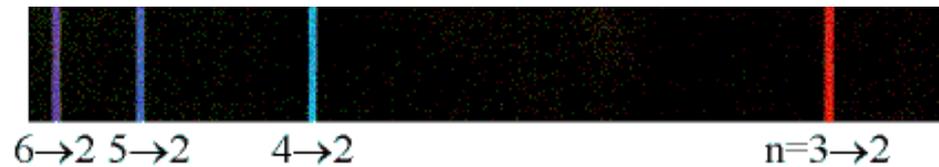
————— $n=1$ (fundamental)

linha de Balmer do Hidrogênio

Para estrelas com T muito alto \rightarrow H quase todo ionizado devido às frequentes colisões e poucos átomos excitados.

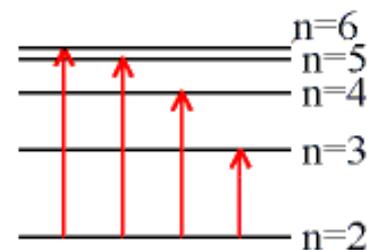
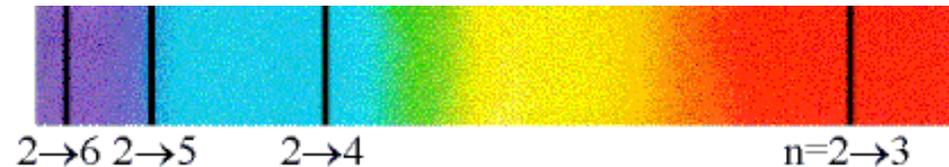
\rightarrow Linhas de Balmer fracas em estrelas muito quentes ou muito frias apesar de H ser o elemento mais abundante nas estrelas !

emissão



————— $n=1$ (fundamental)

absorção



————— $n=1$ (fundamental)

Radiação eletromagnética

- Física quântica se desenvolve no início do século XX
dualidade onda-partícula



Características procuradas nas estrelas

- ❖ **Distância à Terra**
- ❖ **Brilho**
- ❖ **Luminosidade**
- ❖ **Cor**
- ❖ **Tipo espectral**
- ❖ **Massa**
- ❖ **Raio**
- ❖ **Densidade**
- ❖ **Gravidade superficial**
- ❖ **Temperatura**
- ❖ **Rotação**
- ❖ **Campos magnéticos**
- ❖ **Composição química**
- ❖ **Idade**
- ❖ **Origem**
- ❖ **Evolução**
- ❖ **etc.**