

# O dilema da idade do universo

Domingos Soares

Departamento de Física  
Universidade Federal de Minas Gerais  
Belo Horizonte, Brasil

17 de junho de 2015

## Resumo

Um universo em expansão possui dimensões nulas em algum instante no passado. Este evento é denominado *singularidade*. A “idade do universo” é o intervalo de tempo transcorrido desde a singularidade até hoje. Esta idade pode ser calculada a partir dos modelos cosmológicos, mas os primeiros modelos do universo forneceram uma idade menor do que a idade dos objetos astronômicos conhecidos (Terra, Sol, estrelas), o que resulta em um dilema. Discuto aqui a questão deste dilema e das tentativas primitivas de eliminá-lo.

Completo agora a discussão do artigo do astrônomo suíço Harry Nussbaumer intitulado “*Einstein’s conversion from his static to an expanding universe*” (ver em [1]). A primeira parte da discussão está na ref. [2].

Discutirei agora a questão do *dilema da idade do universo*, que surgiu junto com os primeiros modelos relativistas de expansão do universo. Se o universo está em expansão, em algum instante no passado as suas dimensões foram nulas. Este evento é denominado *singularidade*, *Big Bang* ou *Estrondão*. Desta forma, pode-se atribuir uma idade para o universo, qual seja, o intervalo de tempo transcorrido desde a singularidade até hoje (mais detalhes em [3]).

A idade destes modelos é da ordem de grandeza do *tempo de Hubble*, ou  $T_H$ , que é igual ao inverso da constante de expansão, a chamada *constante de*

*Hubble*, ou seja,  $T_H = 1/H_o$ . (Lembremos que esta constante tem dimensões de velocidade por distância, que é o mesmo que inverso do tempo.)

Um modelo supersimplificado de um universo em expansão mostra como pode ser isto. Considere um universo em que as galáxias são *corpos de prova*, ou seja, objetos de massa desprezível. A massa total do universo é então próxima de zero e a expansão das galáxias será uniforme. Uma galáxia se expande com velocidade  $v$  desde  $t = 0$  até hoje, quando ela percorreu uma distância  $d$  desde a singularidade inicial. Como ela obedece à lei de Hubble tem-se  $v = H_o d$ . Sendo o movimento uniforme, o tempo transcorrido desde  $t = 0$  será, portanto,  $T_H = d/v = 1/H_o$ .

Ora, na época de que tratamos, em torno de 1930, a constante de Hubble fora calculada por Hubble como sendo aproximadamente  $H_o = 500$  (km/s)/Mpc. O inverso disto vale  $1/H_o = 2 \times 10^9$  anos, i.e.,  $T_H = 2$  **bilhões de anos** (por favor, confirmam!). Acreditava-se então que a idade do Sol e das outras estrelas seria da ordem de  $10^{12}$  anos, o que era irremediavelmente maior do que  $T_H$ , 1.000 vezes maior. Na verdade, a idade das estrelas era superestimada devido a uma superestimação da eficiência da conversão de massa em energia nos interiores estelares através de  $E = mc^2$  [1, p. 14]. Esta diferença apresentava-se devastadora para Eddington, Lemaître e Einstein. E eles procuraram uma maneira de sair **deste dilema**: a parte — as estrelas — não podia ser mais velha do que o todo — o universo. Vamos então às soluções que eles apresentaram.

Eddington supôs que deve ter havido um longo período estático, do tipo do universo de Einstein, antes da deflagração da expansão [1, pp. 13 e 14]. A idade do universo pode ser feita arbitrariamente grande e assim resolver o dilema.

Lemaître propôs uma solução mais complexa, com uma constante cosmológica variável desde a singularidade inicial, que ele chamava de *átomo primitivo*. A constante cosmológica  $\Lambda$  aqui possui um efeito repulsivo sobre as galáxias e aumenta com o tempo.  $\Lambda$  é pequena inicialmente e a expansão é *desacelerada* pela atração gravitacional da matéria existente. Em seguida  $\Lambda$  equilibra a atração gravitacional e segue-se um período do tipo estático de Einstein. Logo  $\Lambda$  sobrepuja a atração gravitacional do universo e segue-se, finalmente, uma expansão *acelerada*, exatamente como se advoga hoje em dia. A idade deste modelo pode ser muito grande, e resolver o dilema, dependendo dos valores relativos de  $\Lambda$  e da densidade de matéria-energia do universo.

O diagrama à esquerda, na figura abaixo, é de uma conferência de Lemaître,

publicada em 1947, e ilustra a sua solução do dilema. A atração domina na *primeira expansão*, a atração e a repulsão se equilibram na *estagnação* e a repulsão domina na *segunda expansão*. Lemaître é, devido a esta solução, o maior dos precursores do modelo moderno da cosmologia. A saída que ele encontrou contém conceitos ainda utilizados hoje em dia, especialmente a transição de uma fase desacelerada para uma fase acelerada, como ilustra o diagrama à direita, que é uma realização quantitativa moderna da ideia esboçada no diagrama à esquerda. A equação da curva da direita é uma solução da equação de Friedmann com constante cosmológica (veja um exemplo disto na ref. [4]). A expressão que fornece o tempo  $t$  em função do fator de escala  $R$  é:

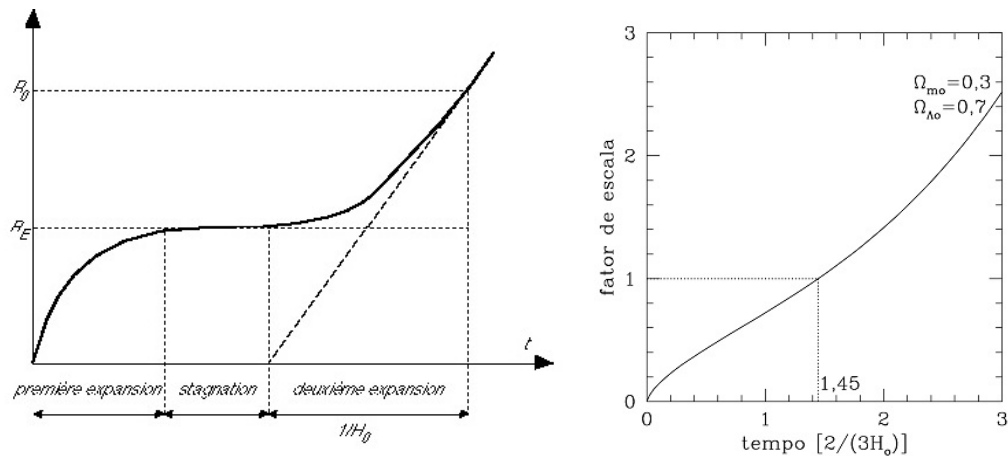
$$t(R) = \left( \frac{2}{3H_o} \right) \frac{1}{\Omega_{\Lambda_o}^{1/2}} \ln \left[ \left( 1 + \frac{\Omega_{\Lambda_o}}{\Omega_{m_o}} R^3 \right)^{1/2} + \left( \frac{\Omega_{\Lambda_o}}{\Omega_{m_o}} R^3 \right)^{1/2} \right],$$

onde  $\Omega_{\Lambda_o}$  e  $\Omega_{m_o}$  são os *parâmetros de densidade* associados à constante cosmológica e à matéria no universo. No presente modelo temos  $\Omega_{\Lambda_o} = 0,7$  e  $\Omega_{m_o} = 0,3$ , resultando em  $\Omega_{\Lambda_o} + \Omega_{m_o} = 1$ , ou seja, o universo possui geometria espacial plana ou euclidiana<sup>1</sup>.

A idade do universo, neste modelo, é obtida fazendo-se  $R = 1$  no diagrama da direita (ou na equação acima), com  $H_o = 70$  (km/s)/Mpc. Ela vale  $1,45 \times 2 / (3H_o) = 13,5 \times 10^9$  anos, consistente, dentro dos erros experimentais, com as idades dos objetos mais velhos da Via Láctea. **O dilema é desta forma resolvido**, no contexto da cosmologia moderna (mais detalhes em [5]).

---

<sup>1</sup>Incidentalmente, o modelo estático de Einstein é também uma solução da equação de Friedmann com constante cosmológica, com a notável diferença de que possui geometria espacial curva, a saber, esférica (ver [4]).



À esquerda, a história da expansão do universo segundo Georges Lemaître. O eixo vertical mostra o fator de escala do universo  $R(t)$  que, para efeitos práticos, representa o tamanho do universo no instante  $t$ , o qual é mostrado no eixo horizontal.  $R_0$  é o tamanho do universo atual e  $R_E$  é o tamanho do universo na fase estática (modelo de Einstein). A história cósmica é ditada pela relação entre as intensidades da atração gravitacional e da repulsão cósmica causada por  $\Lambda$ . O período de tempo representado por  $T_H = 1/H_0$  só se refere à segunda expansão [1, p. 14]. À direita, o diagrama mostra o fator de escala para um universo com uma fase acelerada em épocas cósmicas recentes. A idade do universo neste modelo está mostrada e corresponde ao fator de escala unitário. Note a mudança de concavidade da curva pouco antes do fator de escala igual a 1, o que indica que a expansão mudou de uma fase desacelerada para uma acelerada.

A solução de Eddington é representada na figura acima apenas pelas fases de estagnação e de segunda expansão.

Finalmente, Einstein apresenta duas possíveis soluções [1, pp. 19 e 23]. A primeira afirma que a não homogeneidade do universo real tornaria as soluções relativistas inapropriadas, resultando em um cálculo incorreto da idade do universo. A segunda recorre a uma solução cíclica, do tipo do modelo fechado de Friedmann (veja figura 1 de [6]), que ele apresentou em um artigo no ano de 1931 [1, p. 23]. Por razões óbvias, um modelo cíclico pode ter uma idade tão grande quanto se queira. O artigo de Einstein de 1931 nunca teve grande repercussão, além de conter alguns erros; uma tradução para o inglês e uma análise do mesmo podem ser vistas na ref. [7].

O dilema da idade do universo permanece hoje em dia e a solução encontrada pelos modernos cosmólogos relativistas — uma adaptação da solução

de Lemaître — é insatisfatória, pois necessita de componentes de matéria e energia ainda não observadas (ver relato deste problema em [8]).

**Agradecimento** – A figura do fator de escala versus tempo foi confeccionada em um dos computadores do Instituto Astronômico Kapteyn, Groningen, Holanda, sob os auspícios do Prof. Reynier Peletier.

## Referências

- [1] H. Nussbaumer, *Einstein's conversion from his static to an expanding universe*, <http://arxiv.org/abs/1311.2763> (2013).
- [2] D. Soares, *COSMOS:17fev14*, <http://lilith.fisica.ufmg.br/dsoares/cosmos/14/cosmos4.htm> (2014).
- [3] D. Soares, *O que a Astronomia e a Cosmologia têm a dizer sobre a idade do universo*, <http://lilith.fisica.ufmg.br/dsoares/UAI/idade-u.htm> (2009).
- [4] D. Soares, *O universo estático de Einstein* in *Tópicos em cosmologia relativista*, <https://www.researchgate.net/publication/338842995>, pp. 53-60 (2020).
- [5] D. Soares, *A idade do universo, a constante de Hubble e a expansão acelerada* in *Tópicos em cosmologia relativista*, <https://www.researchgate.net/publication/338842995>, pp. 41-44 (2020).
- [6] D. Soares, *Observações sobre as soluções clássicas da equação de Friedmann* in *Tópicos em cosmologia relativista*, <https://www.researchgate.net/publication/338842995>, pp. 61-68 (2020).
- [7] C. O’Raifeartaigh, B. McCann, *Einstein’s cosmic model of 1931 revisited: an analysis and translation of a forgotten model of the universe*, <https://arxiv.org/abs/1312.2192> (2013).
- [8] D. Soares, *Cosmologia moderna: tateando no escuro* in *O Reino das Galáxias*, <https://www.researchgate.net/publication/337719531>, pp. 43-50 (2021).